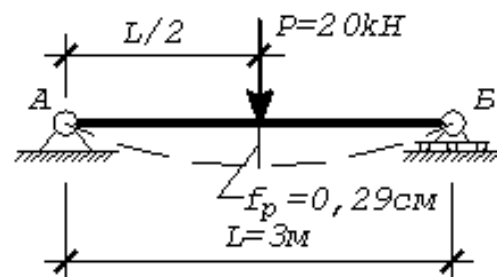
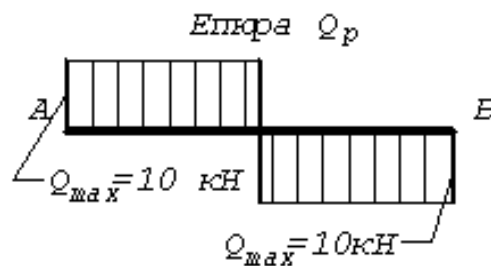
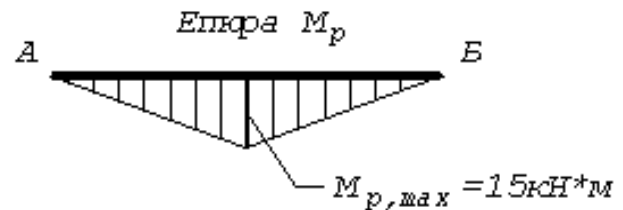
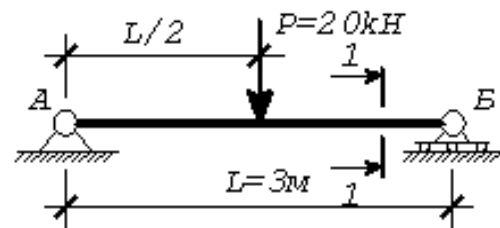
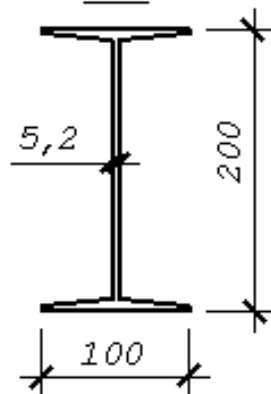
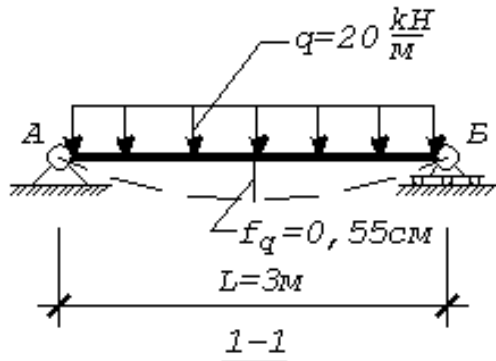
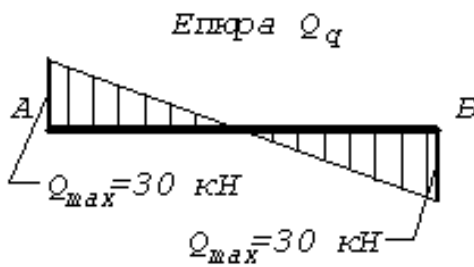
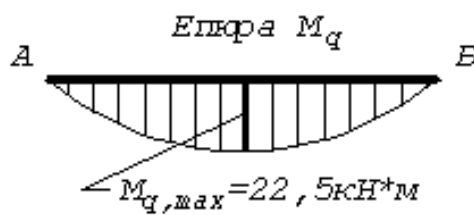
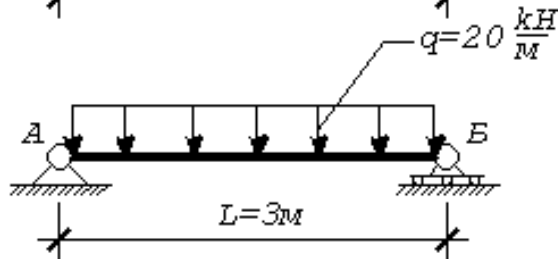
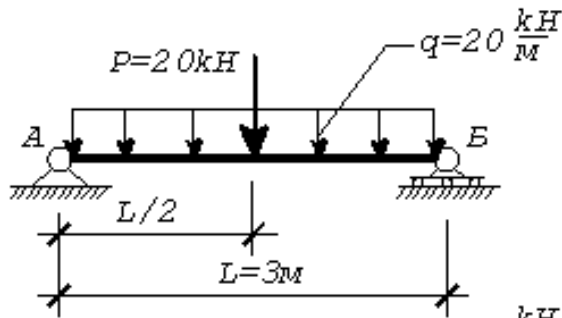


Р. А. Шмиг,
І. М. Добрянський,
О. І. Грицина

РОЗРАХУНОК МЕТАЛЕВИХ БАЛОК



Львів 2016

**Р. А. Шмиг,
І. М. Добрянський,
О. І. Грицина**

РОЗРАХУНОК МЕТАЛЕВИХ БАЛОК

Навчальний посібник

*За загальною редакцією
кандидата технічних наук, доцента Р. А. Шмига*

Львів 2016

ББК 38.5я73
Ш-73
УДК 697.431:693.827

Автори:

Р. А. Шмиг, І. М. Добрянський, О. І. Грицина

Рецензенти:

Й. Й. Лучко, *д.т.н., професор*
(Дніпропетровський національний університет
залізничного транспорту ім. академіка В. Лазаряна),
П. Ф. Холод, *к.т.н., доцент*
(Національний університет «Львівська політехніка»)

*Рекомендовано до друку вченою радою
Львівського національного аграрного університету
(протокол № 1 від 27.08.2015 р.)*

Шмиг Р. А.

Ш-73 Розрахунок металевих балок : навч. посіб. /Р. А. Шмиг,
І. М. Добрянський, О. І. Грицина ; за заг. ред.
Р. А. Шмига. – Львів : Ліга Прес, 2016. – 62 с.

ISBN 978-966-397-299-5

Навчальний посібник призначений для отримання теоретичних і практичних навичок з підбору поперечного перерізу прокатних металевих балок, визначення їх несучої здатності та фактичних прогинів з використанням формул Мора.

Для студентів інженерних факультетів вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації, бакалаврів, магістрів, аспірантів, наукових співробітників, інженерів та проєктантів, а також для тих, хто лише починає вивчати будівельні конструкції.

ББК 38.5я73

ISBN 978-966-397-299-5

© Р. А. Шмиг, І. М. Добрянський,
О. І. Грицина, 2016

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ОДИНИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН	5
1.1. Загальні відомості про міжнародну систему одиниць фізичних величин	5
1.2. Основні одиниці вимірювання	6
РОЗДІЛ 2. РОЗРАХУНОК ЕЛЕМЕНТІВ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ЗГІНІ	8
2.1. Загальна характеристика балок	8
2.2. Визначення поперечного перерізу	9
2.3. Визначення переміщень за методом Мора	10
2.4. Вихідні дані до прикладів	11
РОЗДІЛ 3. ПРИКЛАДИ ПІДБОРУ БАЛОК	11
Приклад 3.1	11
Приклад 3.2	15
Приклад 3.3	18
Приклад 3.4	21
Приклад 3.5	24
Приклад 3.6	27
Приклад 3.7	30
Приклад 3.8	33
Приклад 3.9	36
Приклад 3.10	41
РОЗДІЛ 4. ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ МЕТАЛЕВИХ БАЛОК	46
Приклад 4.1	46
Приклад 4.2	47
Приклад 4.3	48
Приклад 4.4	49

Приклад 4.5	50
Приклад 4.6	51
Приклад 4.7	52
Приклад 4.8	53
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	54
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК	56
ДОДАТОК А. СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЇ СТАЛІ. БАЛКИ ДВОТАВРОВІ	57
ДОДАТОК Б. СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЇ СТАЛІ. ШВЕЛЕРИ	58
ДОДАТОК В. ФОРМУЛИ МОРА	59



ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ОДИНИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

1.1. Загальні відомості про міжнародну систему одиниць фізичних величин

Розвиток міжнародного співробітництва в другій половині ХХ ст. зумовив необхідність розробки нової системи одиниць вимірювань, яка б замінила існуючі на той час системи (СГС, МКС та ін.).

У 1945 р. Міжурядова генеральна конференція з мір та вагів прийняла таку систему, з 1960 р. уточнювала її і дала назву **System International unites** (Міжнародна система одиниць) з міжнародним скороченням **SI** (українською мовою — **СІ**). **СІ** має низку переваг над системами, які існували раніше: вона універсальна, охоплює всі галузі науки, техніки, господарства тощо. Тому вона отримала визнання в багатьох країнах світу.

Українські та міжнародні позначення для одиниць фізичних величин подані відповідно до таких державних стандартів України:

- ДСТУ 3651.0-97. Метрологія. Одиниці фізичних величин. Основні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні положення, назви та позначення [2];

- ДСТУ 3651.1-97. Метрологія. Одиниці фізичних величин. Похідні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. Основні поняття, назви та позначення [3];

- ДСТУ 3651.2-97. Метрологія. Одиниці фізичних величин. Фізичні сталі та характеристичні числа. Основні положення, позначення, назви та значення [4].

Використовуються також позасистемні одиниці. Деякі з них використовуються завдяки зручності застосування в певних галузях, інші збереглися завдяки історичним традиціям. Відмова від них зараз неможлива через їх широке розповсюдження. Часто доводиться мати справу з британськими одиницями (дюйм, фут, фунт, унція, баррель та ін.). Другу групу створюють давньоруські одиниці (пуд, вершок, сажень та ін.). У метеорології атмосферний тиск прийнято вимірювати в міліметрах ртутного стовпчика, незважаючи на існування в СІ одиниці тиску — Паскаль. Для

переведення їх в одиниці СІ існують спеціальні таблиці. Серед позасистемних одиниць варто виділити десяткові кратні й частинні одиниці, найменування яких утворені за допомогою префіксів мілі-, мікро-, мега, тера- та ін.

Деякі позасистемні одиниці та їх зв'язок з одиницями СІ подано в табл. 1.1

Таблиця 1.1

Деякі позасистемні одиниці, їх зв'язок з одиницями СІ [2-4]

Найменування величини	Співвідношення з одиницею СІ
тиск	$1 \text{ кгс/см}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}$
сила	$1 \text{ кгс} = 9,81 \text{ Н}$
	$1 \text{ тс} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ Н}$
маса	$1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$
	$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$
напруження (механічне)	$1 \text{ кгс/мм}^2 = 9,81 \cdot 10^6 \text{ Па}$

1.2. Основні одиниці вимірювання

Геометричні характеристики плоских перерізів:

A – площа перерізу брутто, см^2 ;

A_f – площа перерізу полиці (поясу), см^2 ;

A_w – площа перерізу стінки (поясу), см^2 ;

L – довжина, прогін, м;

L_x, L_y – розрахункові довжини елемента у площинах, перпендикулярних до осей *x-x*, *y-y* відповідно, см;

b – геометричний розмір стрижня, см;

b_f – ширина полиці (поясу), см;

d – діаметр отвору для болта, см;

e – ексцентриситет сили, см;

h – висота, см;

h_{ef} – розрахункова висота стінки, см;

t_f – товщина полиці (поясу), см;

h_w – висота стінки, см;

t_w – товщина стінки, см;

I – момент інерції перерізу брутто, см^4 ;

I_x, I_y – моменти інерції перерізу брутто відносно головних осей інерції *x-x*, *y-y* відповідно, см^4 ;

W_x, W_y – моменти опору перерізу брутто відносно головних осей інерції *x-x*, *y-y* відповідно, см^3 ;

S – статичний момент зсувної частини перерізу бруто відносно нейтральної осі, см³;

i – радіус інерції перерізу, см;

i_{min} – найменший радіус інерції, см.

Фізико-механічні характеристики матеріалів:

E – модуль пружності, модуль Юнга, кН/см²;

G – модуль зсуву, кН/см²;

F – сила, зосереджене навантаження, кН;

M – згинальний момент, кН·м;

M_x, M_y – згинальні моменти відносно головних осей інерції *x-x*, *y-y* відповідно, кН·м;

N – поздовжня сила, кН;

Q – поперечна сила, сила зсуву, кН;

R_y – розрахунковий опір сталі розтягу, стиску і згину за границею текучості, кН/см²;

R_s – розрахунковий опір сталі зсуву, кН/см²;

γ_c – коефіцієнт умов роботи;

γ_f – коефіцієнт надійності за навантаженням;

γ_m – коефіцієнт надійності за відповідальністю;

λ – гнучкість;

λ_x λ_y – розрахункові гнучкості елемента у площинах, перпендикулярних до осей *x-x*, *y-y* відповідно;

μ – коефіцієнт розрахункової довжини;

ν – коефіцієнт поперечної деформації сталі (Пуассона);

σ – нормальне напруження, кН/см²;

σ_x, σ_y – нормальні напруження, паралельні осям *x-x*, *y-y* відповідно, кН/см²;

τ, τ_x, τ_y, τ_{xy} – дотичні напруження, кН/см²;

φ, φ_x, φ_y – коефіцієнти стійкості при центральному стиску.



РОЗРАХУНОК ЕЛЕМЕНТІВ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ЗГІНІ

2.1. Загальна характеристика балок

Балками називають елементи, довжина яких значно перевищує розміри перерізу, що працюють на поперечний згин та мають суцільний переріз. Це одні з найпоширеніших конструкцій, які використовують як несучі елементи в перекриттях і покрівлях будівель та споруд, робочих майданчиків, естакад, галерей, у мостах тощо. Балки застосовують як при малих (наприклад, прогони легких покрівель), так і значних навантаженнях (балки мостів, підкранові балки тощо) [1].

Найраціональнішими є балки довжиною до 20 м, хоча при інтенсивних навантаженнях ділянка раціональних прольотів збільшується. Так, з успіхом експлуатуються балкові мости з прольотами до кількох сотень метрів [1].

За статичною схемою балки поділяються на однопролітні розрізні, консольні та нерозрізні багатопролітні. За витратою металу ефективнішими є нерозрізні та консольні балки. Але трудомісткість їх виготовлення та монтажу вища, ніж однопролітних [1].

Найчастіше проектують металеві балки двотаврового перерізу. Такий переріз економічний щодо витрати металу і зручний у конструюванні [1].

Балки використовують як у вигляді окремих несучих конструкцій (наприклад, підкранові шляхи), так і у вигляді системи перехресних балок (так званих балкових кліток). Найбільш поширеними типами балкових кліток є спрощений, нормальний та ускладнений. Поверх балкових кліток влаштовують настил [1].

Найпоширенішим і найдешевшим є спрощений тип балкової клітки. Його застосування доцільне при малих прольотах, коли балки можуть бути виконані з прокатних, гнутих чи пресованих профілів. Крок балок зумовлений конструктивним рішенням настилу [1].

2.2. Визначення поперечного перерізу

Найбільш типовим прикладом елементів, що згинаються, є балка, на яку одночасно діють згинальні моменти M та перерізувальні сили Q [1]. Згинальні моменти зумовлюють виникнення в поперечних перерізах нормальних напружень

$$\sigma = \frac{M}{I} y, \quad (2.1)$$

а перерізувальні сили – дотичних

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b}, \quad (2.2)$$

де y – відстань від центра ваги перерізу до шару волокон, у яких визначають нормальні напруження, см; I – момент інерції перерізу відносно головної центральної осі, перпендикулярної до площини дії моменту, см⁴; S – статичний момент частини площі перерізу, розміщеної між рівнем y і краєм перерізу, відносно цієї ж осі, см³; b – ширина чи товщина перерізу на цьому рівні, см.

Залежно від призначення, умов експлуатації і техніко-економічного обґрунтування розрахунків згинальних елементів (балок) належить виконувати згідно з [8].

Розрахунок на міцність балок необхідно виконувати за формулами:

- при дії згинального моменту M в одній з головних площин:

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1; \quad (2.3)$$

- при дії поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} \leq 1. \quad (2.4)$$

При розрахунку будівельних конструкцій за прогинами (вигинами) і переміщеннями [6] повинна бути виконана умова

$$f \leq f_u, \quad (2.5)$$

де f – прогин (вигин) і переміщення елемента конструкції (чи конструкції в цілому), визначені з урахуванням факторів, що впливають на їхні значення, см;

f_u – граничний прогин (вигин) і переміщення, см (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Вертикальні граничні прогини
балок, ферм, ригелів, прогонів, плит, настилів [6]

Елемент конструкцій	Вертикальний граничний прогин, f_u
$L \leq 1$	$L/120$
$L = 3$	$L/150$
$L = 6$	$L/200$
$L = 24$ (12)	$L/250$
$L \geq 36$ (24)	$L/300$

Примітка 1. Для консолі замість L потрібно приймати подвоєний її виліт.

Примітка 2. Для проміжних значень L граничні прогини належить визначати лінійною інтерполяцією.

Примітка 3. Цифри, зазначені в дужках, необхідно приймати при висоті приміщень до 6 м включно.

2.3. Визначення переміщень за методом Мора

Найзручнішим методом визначення фактичних переміщень f у певній точці згинаного елемента є застосування формул Мора [7]. Щоб скористатися ними, нам необхідно побудувати допоміжну розрахункову схему згинаного елемента і навантажити її одиничною силою $P_{од}$ в точці, де потрібно визначити переміщення. Будуємо епюру згинальних моментів $M_{од}$ від прикладеної одиничної сили $P_{од}$. Перемножуємо епюру згинальних моментів M (так би мовити, вантажну епюру) на одиничну епюру згинальних моментів $M_{од}$.

Здебільшого під час визначення переміщень у балках, рамах та арках за методом Мора можна нехтувати впливом поздовжніх деформацій та зсуву, враховуючи тільки переміщення, які викликаються згином. Тоді формулу для плоскої системи можна записати таким чином:

$$\Delta_{ip} = \sum \int_L \frac{\overline{M}_i \cdot M_p}{E \cdot I} dL. \quad (2.6)$$

2.4. Вихідні дані до прикладів

У всіх наведених нижче прикладах (див. розділ 3) розрахункові схеми балок, довжини елементів, значення зовнішніх зусиль та місця їх прикладення прийняті випадковим чином.

У всіх прикладах прийнято вуглецеву сталь класу міцності прокату сталі С235 [8] з розрахунковим опором при розтягу, стиску і згині фасонного прокату $R_y=230 \text{ Н/мм}^2 \approx 23 \text{ кН/см}^2$; коефіцієнт умов роботи для балок суцільного перерізу прийнято рівним $\gamma_c = 0,9$ [8]; коефіцієнт надійності за відповідальністю прийнято рівним $\gamma_n = 1$.



Приклад 3.1

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.1).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.2).

Максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = \frac{P \cdot L}{4} = \frac{20 \cdot 3}{4} = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.1)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{\max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$Q_{\max} = \frac{P}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ кН}. \quad (3.2)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.3)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{1500 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 72,46 \text{ см}^3. \quad (3.4)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (рис. 3.3) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 14;

лінійна густина – 13,7 кг/м;

висота балки $h = 140$ мм; ширина полицки $b = 73$ мм;

товщина стінки $d = 4,9$ мм;

площа перерізу балки $A = 17,4$ см².

статичний момент інерції перерізу $I_x = 572$ см⁴;

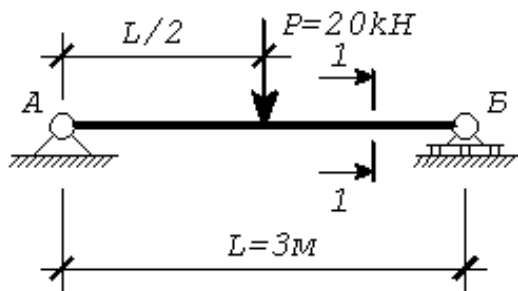


Рис.3.1. Розрахункова схема балки.

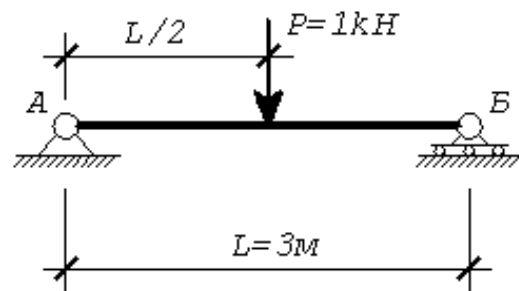


Рис.3.4. Прикладена одинична сила.

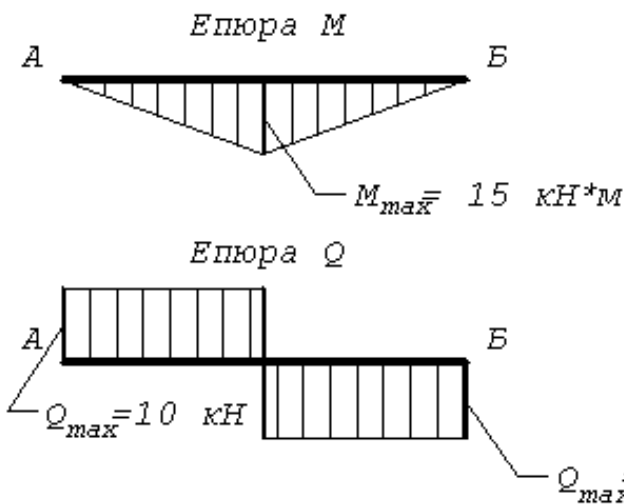


Рис.3.2. Епюри M та Q.

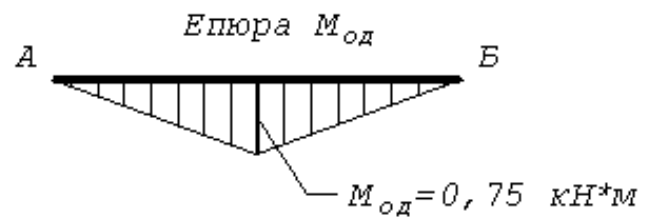


Рис.3.5. Одинична епюра M.

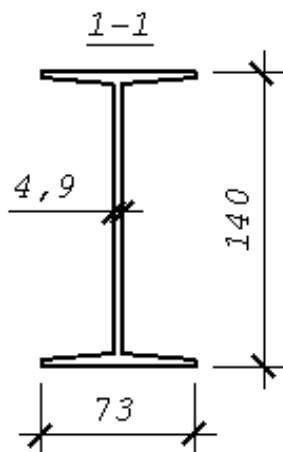


Рис.3.3. Підібраний переріз балки.

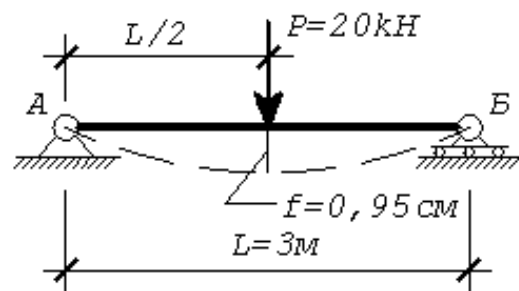


Рис.3.6. Фактичний прогин балки.

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 81,7 \text{ см}^3$;
 статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 46,8 \text{ см}^3$;
 радіус інерції $i_x = 5,73 \text{ см}$.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{1500 \cdot 1}{81,7 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,88 \leq 1 \quad (3.5)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{10 \cdot 46,8 \cdot 1}{572 \cdot 0,49 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,13 \leq 1 \quad (3.6)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формулу Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.4). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.5).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = \frac{P_{од} \cdot L}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4} = 0,75 \text{ кН} \cdot \text{м} \quad (3.7)$$

Маючи значення M_{max} та $M_{од}$, застосуємо формули Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.6) у місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{max} \cdot M_{од}}{E \cdot I_x} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{max} \cdot M_{од}}{E \cdot I_x} \cdot \frac{L}{2} = \\ &= 2 \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{M_{max} \cdot M_{од}}{E \cdot I_x} \cdot \frac{L}{2} \right] = 2 \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{1500 \cdot 75}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 572} \cdot \frac{300}{2} \right] = \\ &= 0,95 \text{ см} \leq f_u = \frac{L}{150} = \frac{300}{150} = 2 \text{ см} \quad (3.8) \end{aligned}$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.2

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.7).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.8).

Максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = \frac{P \cdot (L - a)}{L} \cdot a = \frac{20 \cdot (3 - 1)}{3} \cdot 1 = 13,33 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.9)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{\max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулами:

$$Q_1 = \frac{P \cdot (L - a)}{L} = \frac{20 \cdot (3 - 1)}{3} = 13,33 \text{ кН}; \quad (3.10)$$

$$Q_2 = \frac{P \cdot a}{L} = \frac{20 \cdot 1}{3} = 6,66 \text{ кН}; \quad (3.11)$$

$$Q_{\max} = Q_1 = 13,33 \text{ кН}. \quad (3.12)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.13)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу нетто відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{1333 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 64,39 \text{ см}^3. \quad (3.14)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (рис. 3.9) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 14;

лінійна густина – 13,7 кг/м;

висота балки h = 140 мм; ширина полочки b = 73 мм;

товщина стінки d = 4,9 мм;

площа перерізу балки A = 17,4 см²;

статичний момент інерції перерізу I_x = 572 см⁴;

статичний момент опору перерізу балки W_x = 81,7 см³;

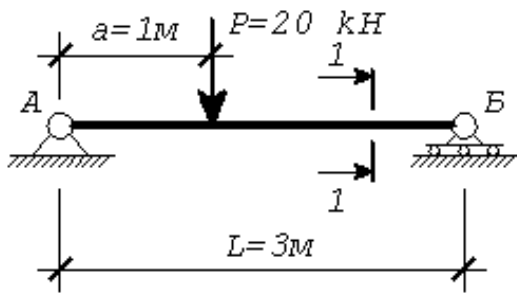


Рис. 3. 7. Розрахункова схема балки.

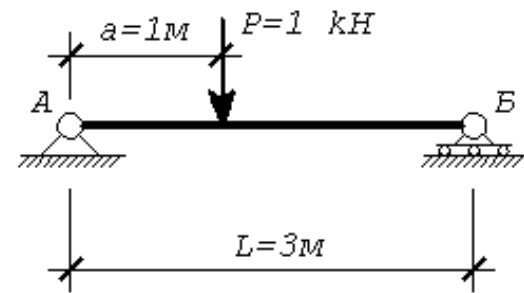


Рис. 3. 10. Прикладена одинична сила.

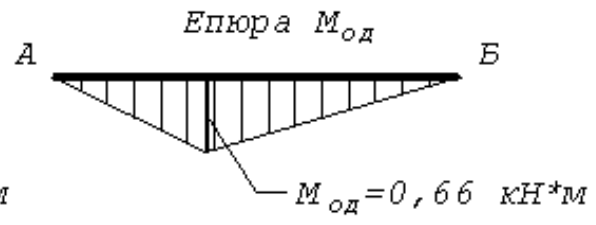
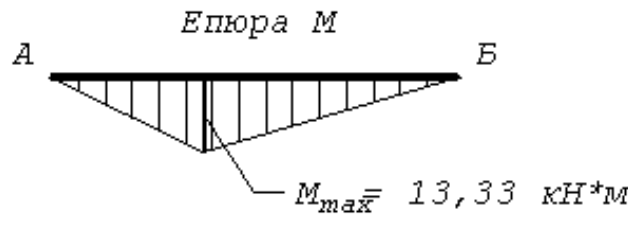


Рис. 3. 11. Одинична епюра M.

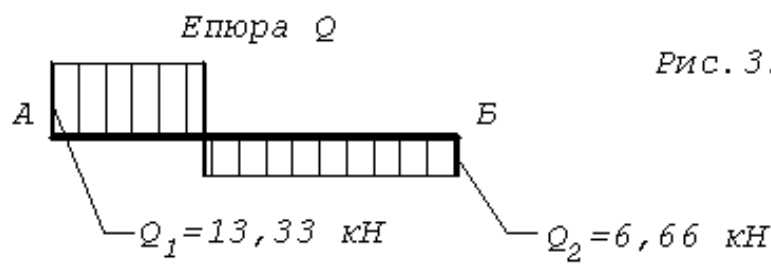


Рис. 3. 8. Епюри M та Q.

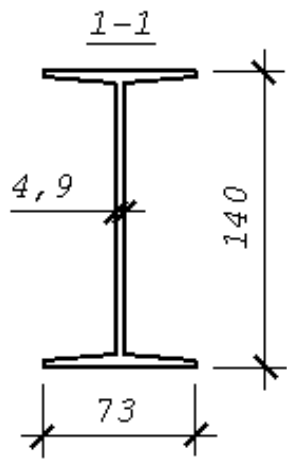


Рис. 3. 9. Підібраний переріз балки.

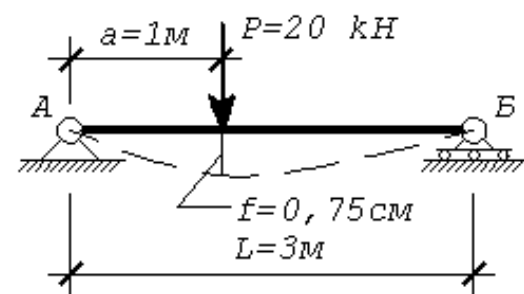


Рис. 3. 12. Фактичний прогин балки.

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 46,8 \text{ см}^3$;
 радіус інерції $i_x = 5,73 \text{ см}$.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{1333 \cdot 1}{81,7 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,78 \leq 1. \quad (3.15)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{13,33 \cdot 46,8 \cdot 1}{572 \cdot 0,49 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,18 \leq 1. \quad (3.16)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формулу Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.10). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.11).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = \frac{P_{од} \cdot (L - a)}{L} \cdot a = \frac{1 \cdot (3 - 1)}{3} \cdot 1 = 0,66 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.17)$$

Маючи значення M_{max} та $M_{од}$, застосуємо формули Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.12) у місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{max} \cdot M_{од}}{E \cdot I_x} \cdot a + \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{max} \cdot M_{од}}{E \cdot I_x} \cdot (L - a) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1333 \cdot 66,66}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 572} \cdot 100 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1333 \cdot 66,66}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 572} \cdot (300 - 100) = \\ &= 0,25 + 0,50 = 0,75 \text{ см} \leq f_u = \frac{L}{150} = \frac{300}{150} = 2 \text{ см}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.3

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.13).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.14).

Максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = P \cdot a = 20 \cdot 1 = 20 \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (3.19)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{\max} , яка діє за довжиною згинаного елемента? визначаємо за формулою

$$Q_{\max} = P = 20 \quad \text{кН}. \quad (3.20)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.21)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{2000 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 96,61 \quad \text{см}^3. \quad (3.22)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (рис. 3.15) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 16;

лінійна густина – 15,9 кг/м;

висота балки $h = 160$ мм;

ширина полочки $b = 81$ мм;

товщина стінки $d = 5$ мм;

площа перерізу балки $A = 20,2$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 873$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 109$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 62,3$ см³;

радіус інерції $i_x = 6,57$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

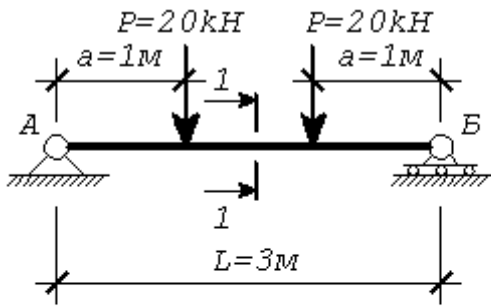


Рис. 3.13. Розрахункова схема балки.

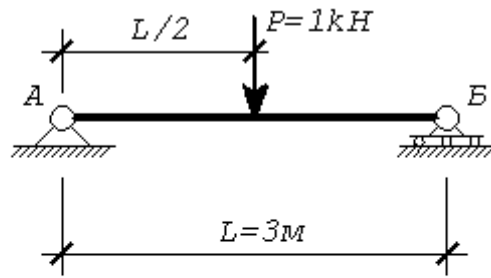


Рис. 3.16. Прикладена одинична сила.

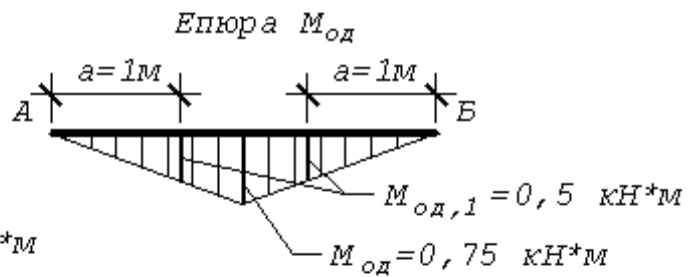
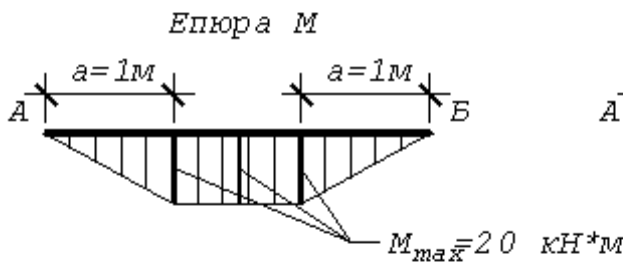


Рис. 3.17. Одинична екюра M.

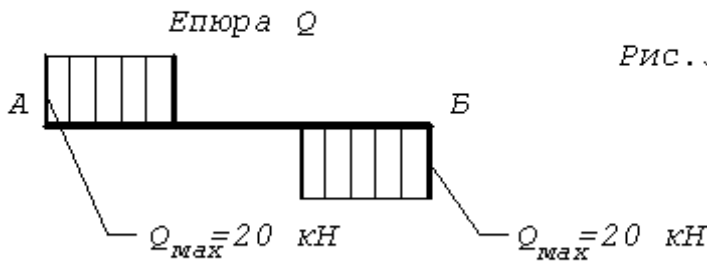


Рис. 3.14. Екюри M та Q.

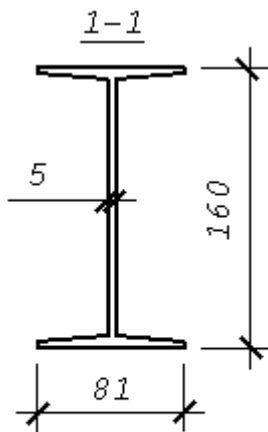


Рис. 3.15. Підібраний переріз балки.

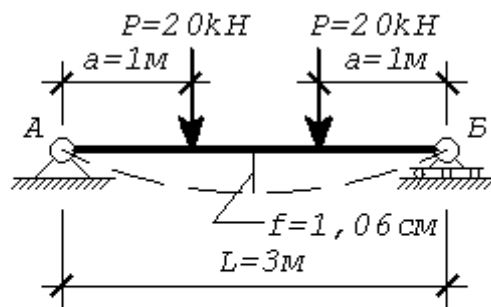


Рис. 3.18. Фактичний прогин балки.

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{2000 \cdot 1}{109 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,88 \leq 1. \quad (3.23)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{20 \cdot 62,3 \cdot 1}{873 \cdot 0,5 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,23 \leq 1. \quad (3.24)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формули Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.16). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.17).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = \frac{P_{од} \cdot L}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4} = 0,75 \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (3.25)$$

Згинальний момент $M_{од,1}$ від одиничної сили на віддалі a від опори визначаємо за формулою

$$M_{од,1} = \frac{P_{од}}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5 \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (3.26)$$

Маючи значення M_{\max} , $M_{од}$ та $M_{од,1}$, застосуємо формули Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.18) у місці прикладення одиничної сили:

$$f = \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{\max} \cdot M_{од,1}}{E \cdot I_x} \cdot a +$$

$$+ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{од,1} + M_{од}) + M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{од} + M_{од,1})}{E \cdot I_x} \right] \cdot \left(\frac{L}{2} - a \right) +$$

$$\cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{\max} \cdot M_{од,1}}{E \cdot I_x} \cdot a +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{od,1} + M_{od}) + M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{od} + M_{od,1})}{E \cdot I_x} \right] \cdot \left(\frac{L}{2} - a \right) = \\
& = 2 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{M_{\max} \cdot M_{od,1}}{E \cdot I_x} \cdot a \right] + \\
& + \frac{2}{6} \cdot \left[\frac{M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{od,1} + M_{od}) + M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{od} + M_{od,1})}{E \cdot I_x} \right] \cdot \left(\frac{L}{2} - a \right) = \\
& = 2 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{2000 \cdot 50}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 873} \cdot 100 \right] + \\
& + \frac{2}{6} \cdot \left[\frac{2000 \cdot (2 \cdot 50 + 75) + 2000 \cdot (2 \cdot 75 + 50)}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 873} \right] \cdot \left(\frac{300}{2} - 100 \right) = \\
& = 0,37 + 0,69 = 1,06 \text{ см} \leq f_u = \frac{L}{150} = \frac{300}{150} = 2 \text{ см.} \quad (3.27)
\end{aligned}$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.4

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.19).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.20).

Максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулами:

$$M_1 = P_1 \cdot a = 5 \cdot 1 = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad (3.28)$$

$$M_2 = P_1 \cdot L + P_2 \cdot (L - a) = 5 \cdot 3 + 10 \cdot (3 - 1) = 35 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad (3.29)$$

$$M_{\max} = M_2 = 35 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.30)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{\max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулами:

$$Q_1 = P_1 = 5 \text{ кН}; \quad (3.31)$$

$$Q_2 = P_1 + P_2 = 5 + 10 = 15 \text{ кН}; \quad (3.32)$$

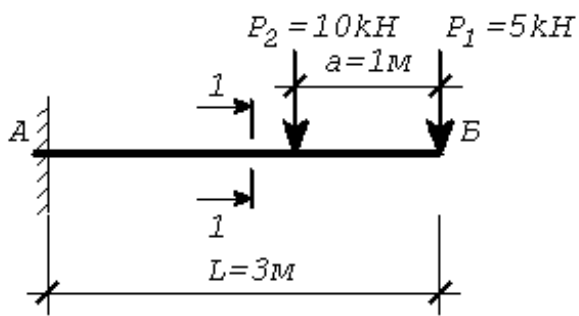


Рис.3.19. Розрахункова схема балки.

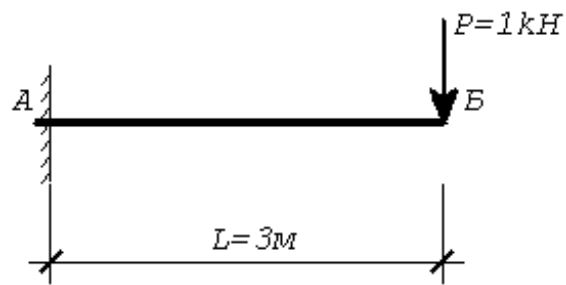


Рис.3.22. Прикладена одинична сила.

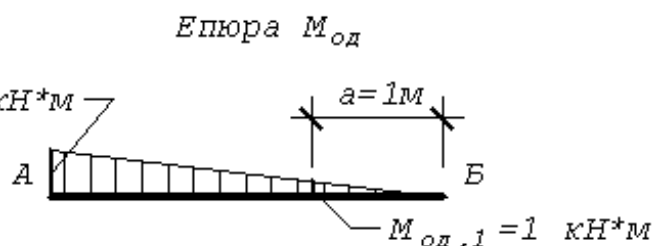
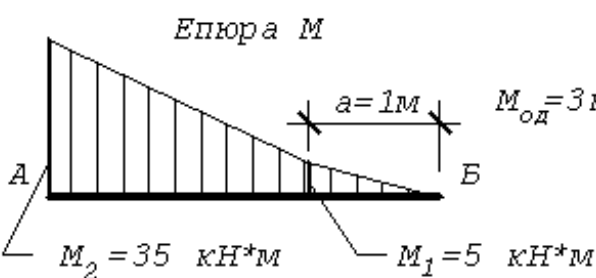


Рис.3.23. Одинична епюра M.

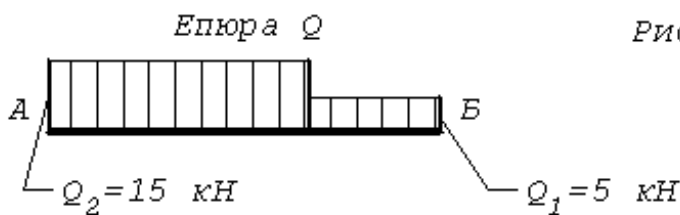


Рис.3.20. Епюри M та Q.

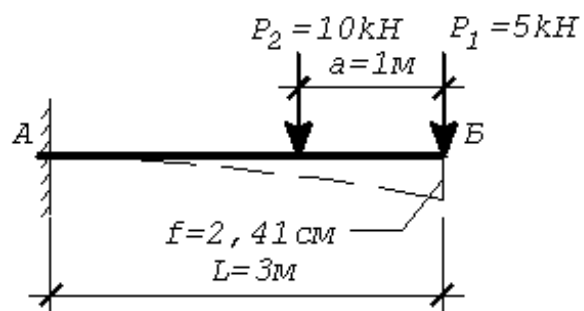
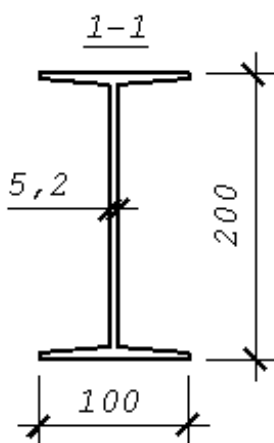


Рис.3.24. Фактичний прогин балки.

Рис.3.21. Підібраний переріз балки.

$$Q_{\max} = Q_2 = 15 \text{ кН} . \quad (3.33)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.34)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{3500 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 169,08 \text{ см}^3 . \quad (3.35)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (див. рис. 3.21) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 20;

лінійна густина – 21 кг/м;

висота балки $h = 200$ мм;

ширина полочки $b = 100$ мм;

товщина стінки $d = 5,2$ мм;

площа перерізу балки $A = 26,8$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 1840$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 184$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 104$ см³;

радіус інерції $i_x = 8,28$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{3500 \cdot 1}{184 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,91 \leq 1 . \quad (3.36)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{15 \cdot 104 \cdot 1}{1840 \cdot 0,52 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,13 \leq 1 . \quad (3.37)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формули Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.22). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.23).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = P_{од} \cdot L = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.38)$$

Згинальний момент $M_{од,1}$ від одиничної сили на віддалі a від опори визначаємо за формулою

$$M_{од,1} = P_{од} \cdot a = 1 \cdot 1 = 1 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.39)$$

Маючи значення M_1 , M_{max} , $M_{од}$ та $M_{од,1}$, застосуємо формули Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.24) в місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{3} \cdot \frac{M_1 \cdot M_{од,1}}{E \cdot I_x} \cdot a + \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{M_1 \cdot (2 \cdot M_{од,1} + M_{од}) + M_{max} \cdot (2 \cdot M_{од} + M_{од,1})}{E \cdot I_x} \right] \cdot (L - a) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{500 \cdot 100}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 1840} \cdot 100 + \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{500 \cdot (2 \cdot 100 + 300) + 3500 \cdot (2 \cdot 300 + 100)}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 1840} \right] \cdot (300 - 100) = \\ &= 0,043 + 2,37 = 2,41 \text{ см} \leq f_u = \frac{2 \cdot 300}{150} = 4 \text{ см}. \quad (3.40) \end{aligned}$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.5

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.25).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.26).

Максимальний згинальний момент M_{max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = P \cdot L = 10 \cdot 3 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м} . \quad (3.41)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{\max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$Q_{\max} = P = 10 \text{ кН} . \quad (3.42)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.43)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{3000 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 144,92 \text{ см}^3 . \quad (3.44)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (рис. 3.27) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 20;

лінійна густина – 21 кг/м;

висота балки $h = 200$ мм; ширина полицки $b = 100$ мм;

товщина стінки $d = 5,2$ мм;

площа перерізу балки $A = 26,8$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 1840$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 184$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 104$ см³;

радіус інерції $i_x = 8,28$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{3000 \cdot 1}{184 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,78 \leq 1 . \quad (3.45)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{10 \cdot 104 \cdot 1}{1840 \cdot 0,52 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,09 \leq 1 . \quad (3.46)$$

Умова виконується.

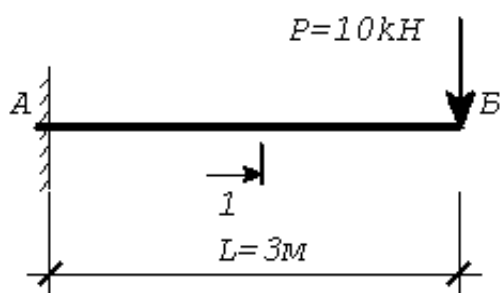


Рис. 3.25. Розрахункова схема балки.

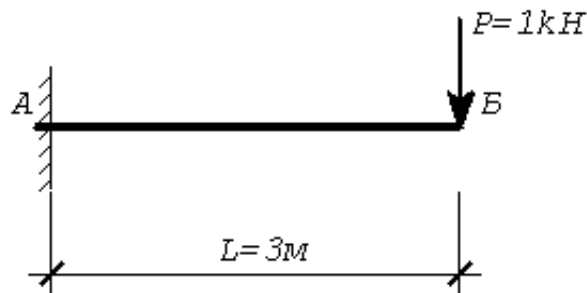


Рис. 3.28. Прикладена одинична сила.

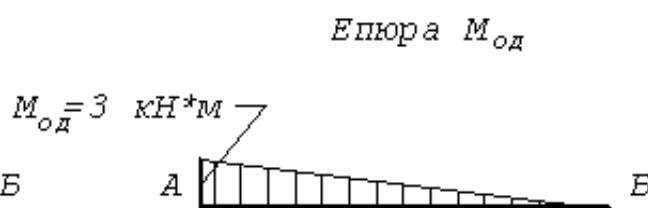
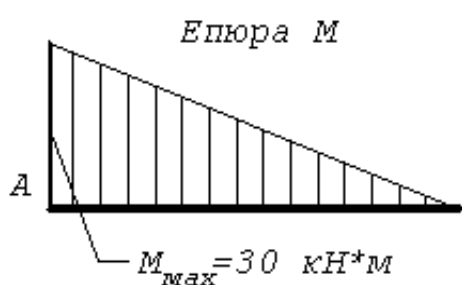


Рис. 3.29. Одинична епюра M .

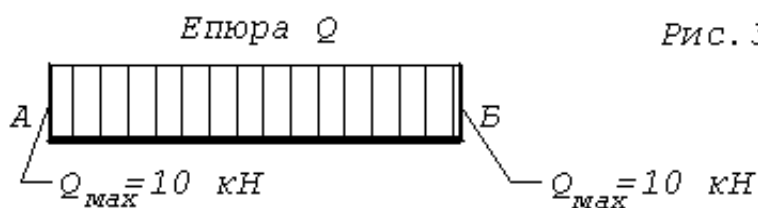


Рис. 3.26. Епюри M та Q .

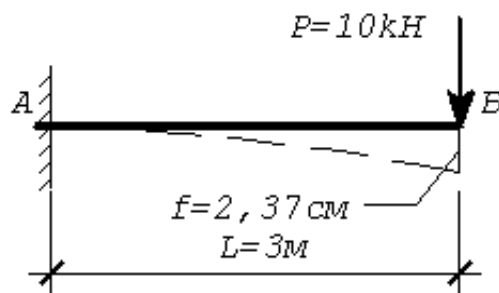
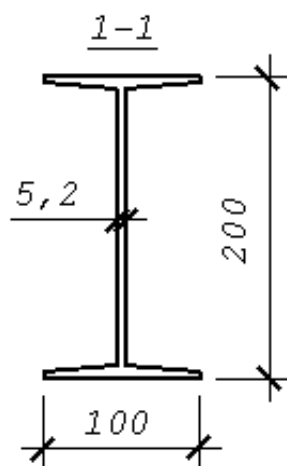


Рис. 3.30. Фактичний прогин балки.

Рис. 3.27. Підібраний переріз балки.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формули Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.28). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.29).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = P_{од} \cdot L = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.47)$$

Маючи значення M_{max} та $M_{од}$, застосуємо формулу Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.30) у місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{max} \cdot M_{од}}{E \cdot I_x} \cdot L = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3000 \cdot 300}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 1840} \cdot 300 = \\ &= 2,37 \text{ см} \leq f_u = \frac{2 \cdot L}{150} = \frac{2 \cdot 300}{150} = 4 \text{ см}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.6

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.31).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.32).

Максимальний згинальний момент M_{max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{max} = P \cdot (L - a) = 25 \cdot (3 - 1) = 50 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.49)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$Q_{max} = P = 25 \text{ кН}. \quad (3.50)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

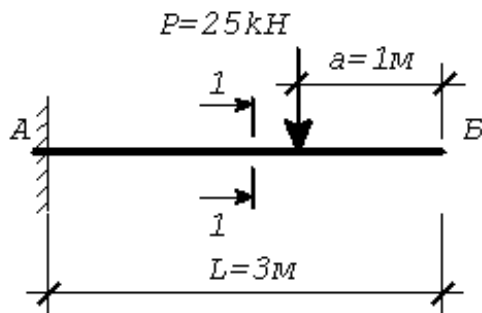


Рис. 3.31. Розрахункова схема балки.

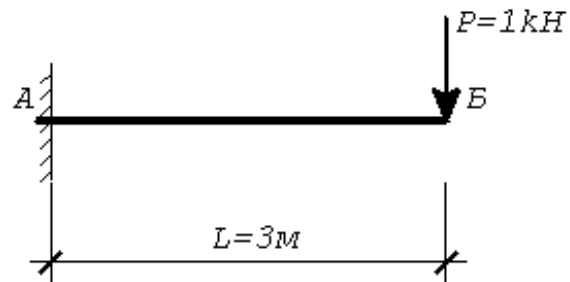


Рис. 3.34. Прикладена одинична сила.

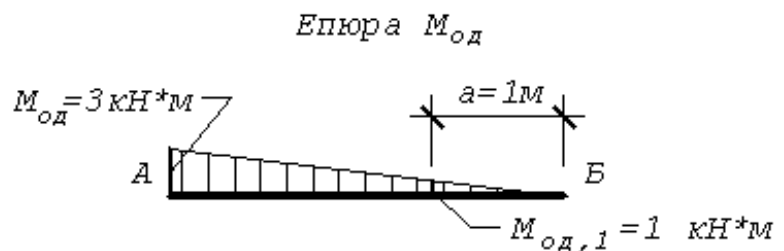
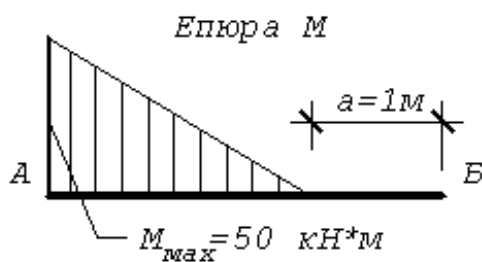


Рис. 3.35. Одинична епюра M .

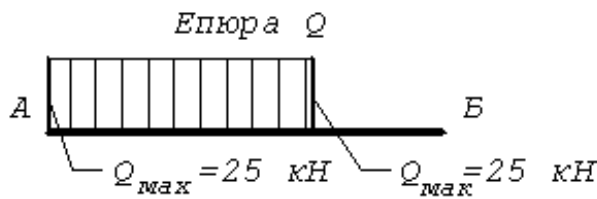


Рис. 3.32. Епюри M та Q .

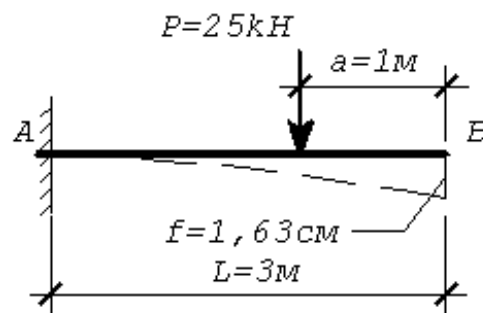
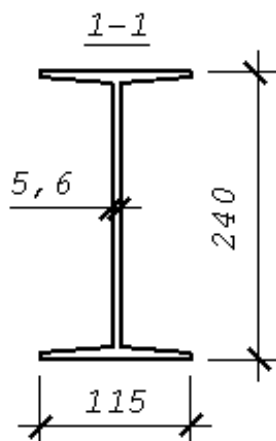


Рис. 3.36. Фактичний прогин балки.

< Рис. 3.33. Підібраний переріз балки.

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.51)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{5000 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 241,54 \text{ см}^3 \quad (3.52)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (див. рис. 3.33) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 24;

лінійна густина – 27,3 кг/м;

висота балки $h = 240$ мм;

ширина полицки $b = 115$ мм;

товщина стінки $d = 5,6$ мм;

площа перерізу балки $A = 34,8$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 3460$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 289$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 163$ см³;

радіус інерції $i_x = 9,97$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{5000 \cdot 1}{289 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,83 \leq 1 \quad (3.53)$$

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{25 \cdot 163 \cdot 1}{3460 \cdot 0,56 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,17 \leq 1 \quad (3.54)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формули Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.34). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.35).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = P_{од} \cdot L = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м} . \quad (3.55)$$

Згинальний момент $M_{од,1}$ від одиничної сили на віддалі a від опори визначаємо за формулою

$$M_{од,1} = P_{од} \cdot a = 1 \cdot 1 = 1 \text{ кН} \cdot \text{м} . \quad (3.56)$$

Маючи значення M_{max} , $M_{од}$ та $M_{од,1}$, застосуємо формулу Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.36) у місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{M_{max} \cdot (M_{од,1} + 2 \cdot M_{од})}{E \cdot I_x} \right] \cdot (L - a) = \\ &= \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{5000 \cdot (100 + 2 \cdot 300)}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 3460} \right] \cdot (300 - 100) = \\ &= 1,63 \text{ см} \leq f_u = \frac{2 \cdot L}{150} = \frac{2 \cdot 300}{150} = 4 \text{ см} . \quad (3.57) \end{aligned}$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.7

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.37).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.38).

Максимальний згинальний момент M_{max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{max} = \frac{q \cdot L^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ кН} \cdot \text{м} . \quad (3.58)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$Q_{max} = q \cdot L = 10 \cdot 3 = 30 \text{ кН} . \quad (3.59)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

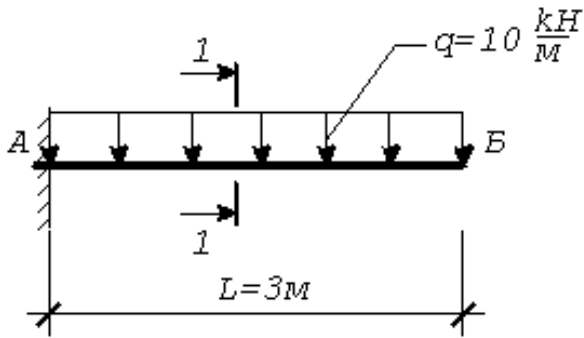


Рис. 3.37. Розрахункова схема балки.

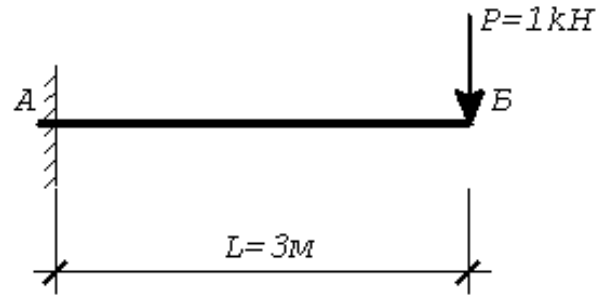


Рис. 3.40. Прикладена одинична сила.

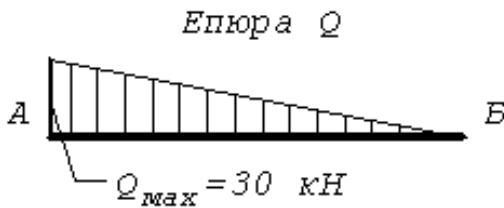
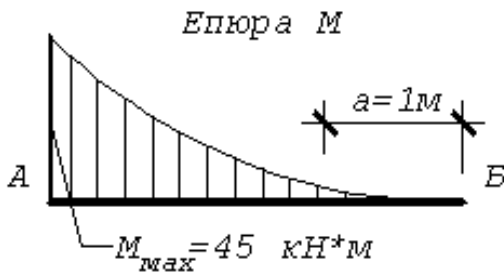


Рис. 3.38. Епюри M та Q .

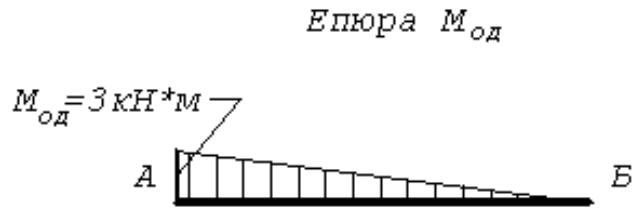


Рис. 3.41. Одинична епюра M .

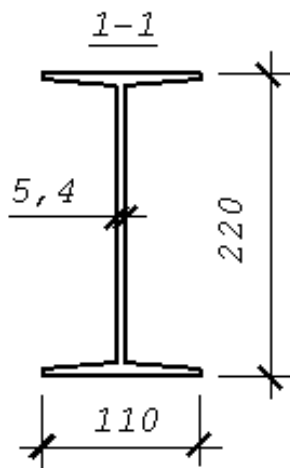


Рис. 3.39. Підібраний переріз балки.

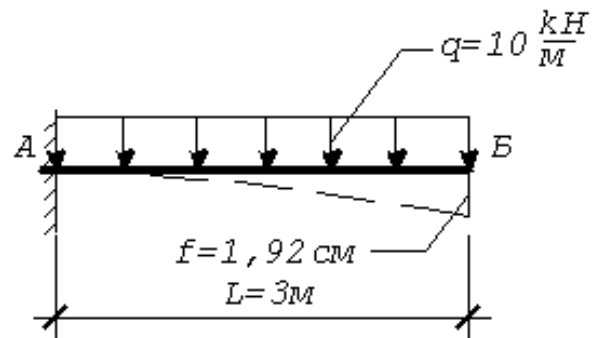


Рис. 3.42. Фактичний прогин балки.

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.60)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{4500 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 217,39 \text{ см}^3. \quad (3.61)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (див. рис. 3.39) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 22;

лінійна густина – 24 кг/м;

висота балки $h = 220$ мм;

ширина полицки $b = 110$ мм;

товщина стінки $d = 5,4$ мм;

площа перерізу балки $A = 30,6$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 2550$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 232$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 131$ см³;

радіус інерції $i_x = 9,13$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{4500 \cdot 1}{232 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,93 \leq 1. \quad (3.62)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{30 \cdot 131 \cdot 1}{2550 \cdot 0,54 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,23 \leq 1. \quad (3.63)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формули Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.40). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.41).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою:

$$M_{од} = P_{од} \cdot L = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.64)$$

Маючи значення M_{max} та $M_{од}$, застосуємо формулу Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.42) в місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{4} \cdot \frac{M_{max} \cdot M_{од} \cdot L}{E \cdot I_x} = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{4500 \cdot 300}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 2550} \cdot 300 = \\ &= 1,92 \text{ см} \leq f_u = \frac{2 \cdot L}{150} = \frac{2 \cdot 300}{150} = 4 \text{ см}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.8

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.43).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.44).

Максимальний згинальний момент M_{max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{max} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{20 \cdot 3^2}{8} = 22,5 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.66)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$Q_{max} = \frac{q \cdot L}{2} = \frac{20 \cdot 3}{2} = 30 \text{ кН}. \quad (3.67)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.68)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції $x-x$:

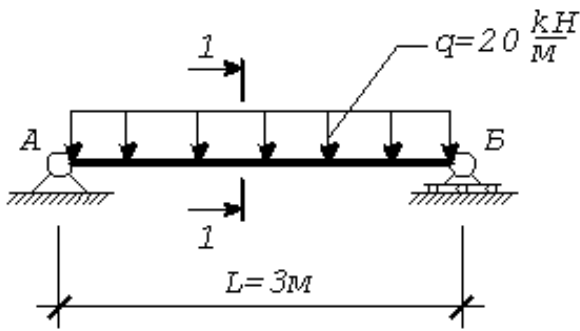


Рис. 3.43. Розрахункова схема балки.

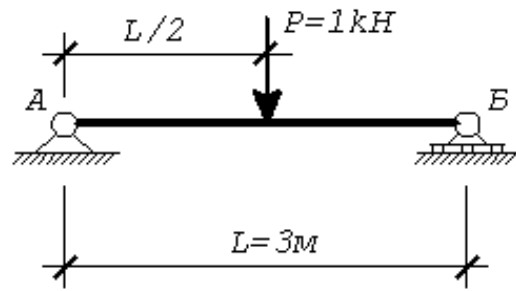
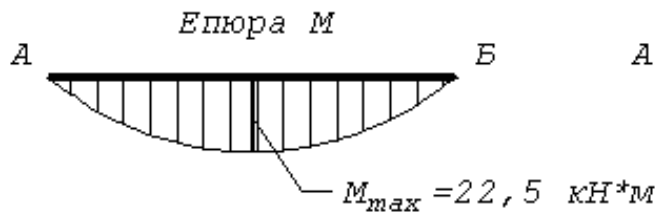


Рис. 3.46. Прикладена одинична сила.



Епюра Q

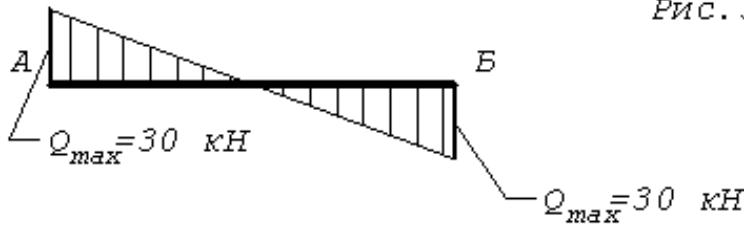


Рис. 3.44. Епюри M та Q.

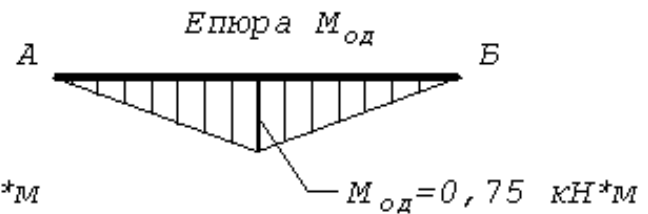


Рис. 3.47. Одинична епюра M.

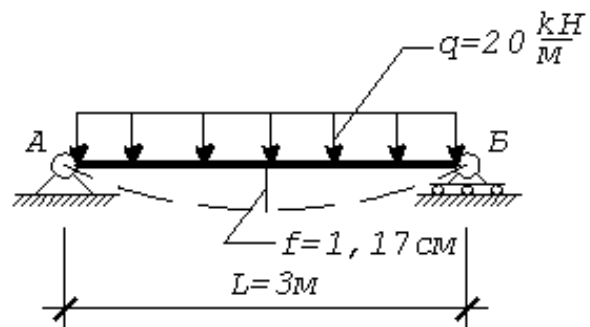
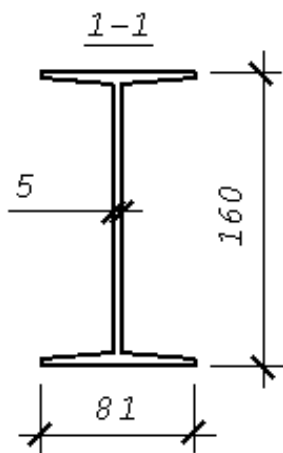


Рис. 3.48. Фактичний прогин балки.

Рис. 3.45. Підібраний переріз балки.

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{2250 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 108,69 \text{ см}^3. \quad (3.69)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (див. рис. 3.45) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 16;

лінійна густина – 15,9 кг/м;

висота балки $h = 160$ мм;

ширина полочки $b = 81$ мм;

товщина стінки $d = 5$ мм;

площа перерізу балки $A = 20,2$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 873$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 109$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 62,3$ см³;

радіус інерції $i_x = 6,57$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{2250 \cdot 1}{109 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,99 \leq 1. \quad (3.70)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{30 \cdot 62,3 \cdot 1}{873 \cdot 0,5 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,35 \leq 1. \quad (3.71)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формулу Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.46). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.47).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{od} = \frac{P_{od} \cdot L}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4} = 0,75 \text{ кН} \cdot \text{м} . \quad (3.72)$$

Маючи значення M_{\max} та M_{od} , застосуємо формулу Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.48) у місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{3} \cdot \frac{(1 + \alpha \cdot \beta) \cdot M_{\max} \cdot M_{od}}{E \cdot I_x} \cdot L = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{(1 + 0,5 \cdot 0,5) \cdot 2250 \cdot 75}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 873} \cdot 300 = \\ &= 1,17 \text{ см} \leq f_u = \frac{L}{150} = \frac{300}{150} = 2 \text{ см} . \end{aligned} \quad (3.73)$$

Умова виконується.

Фактичний прогин для даної розрахункової схеми можна визначити і за такою формулою:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I_x} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,2 \cdot 300^4}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 873} = 1,17 \text{ см} ; \quad (3.74)$$

$$f = 1,17 \text{ см} \leq f_u = \frac{L}{150} = \frac{300}{150} = 2 \text{ см} . \quad (3.75)$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.9

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.49).

Порядок розрахунку. Побудуємо для даної розрахункової схеми балки епюри згинального моменту M та поперечної сили Q (рис. 3.50).

Максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулами

$$M_1 = P_1 \cdot a = 5 \cdot 1 = 5 \text{ кН} \cdot \text{м} ; \quad (3.76)$$

$$M_2 = P_1 \cdot L - P_2 \cdot (L - a) = 5 \cdot 3 - 10 \cdot (3 - 1) = 5 \text{ кН} \cdot \text{м} ; \quad (3.77)$$

$$M_{\max} = M_2 = 5 \text{ кН} \cdot \text{м} . \quad (3.78)$$

Максимальне значення поперечної сили Q_{\max} , яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулами:

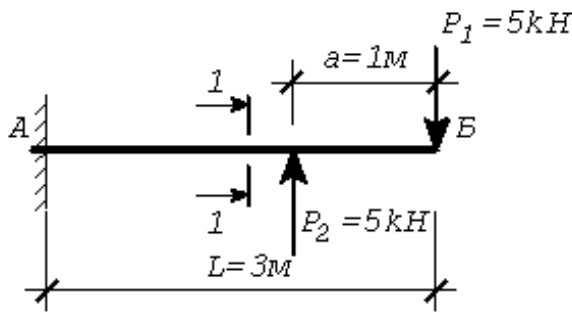


Рис. 3.49. Розрахункова схема балки.

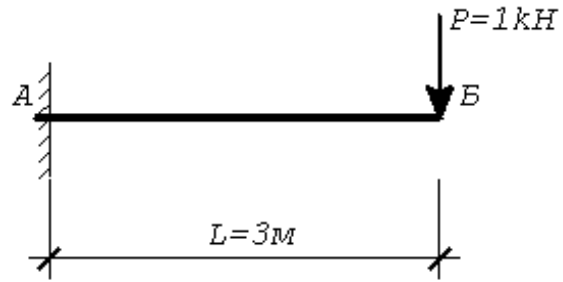
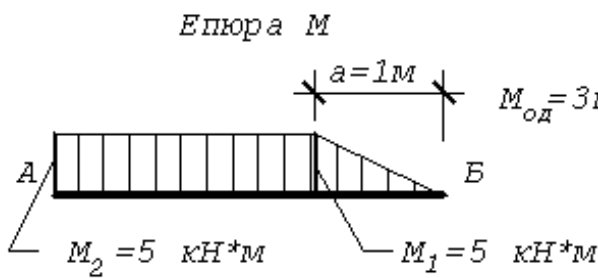


Рис. 3.52. Прикладена одинична сила.



Еюра Q

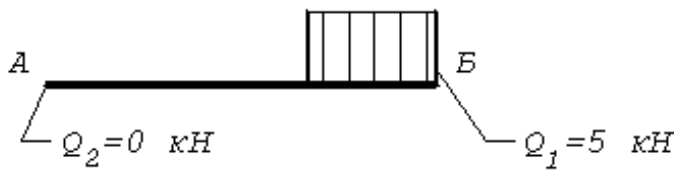


Рис. 3.50. Еюри M та Q .

Еюра $M_{од}$

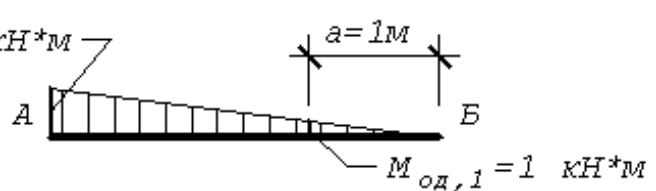


Рис. 3.53. Одинична еюра M .

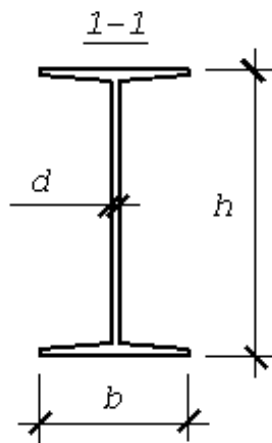


Рис. 3.51. Підібраний переріз балки.

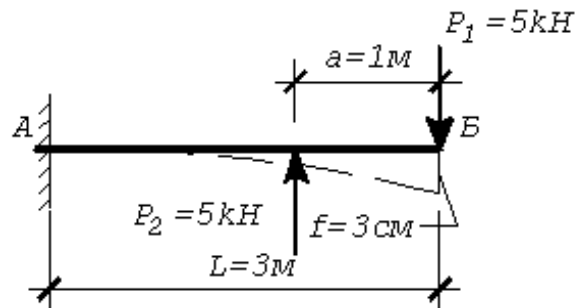


Рис. 3.54. Фактичний прогин балки.

$$Q_1 = P_1 = 5 \text{ кН}; \quad (3.79)$$

$$Q_2 = P_1 - P_2 = 5 - 5 = 0 \text{ кН}; \quad (3.80)$$

$$Q_{\max} = Q_1 = 5 \text{ кН}. \quad (3.81)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.82)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{500 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 24,15 \text{ см}^3. \quad (3.83)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (див. рис. 3.51) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 10;

лінійна густина – 9,46 кг/м;

висота балки $h = 100$ мм;

ширина полочки $b = 55$ мм;

товщина стінки $d = 4,5$ мм;

площа перерізу балки $A = 12$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 198$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 39,7$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 23$ см³;

радіус інерції $i_x = 4,06$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{500 \cdot 1}{39,7 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,60 \leq 1. \quad (3.84)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{5 \cdot 23 \cdot 1}{198 \cdot 0,45 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,1 \leq 1. \quad (3.85)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формули Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо прогин (див. рис. 3.52). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (див. рис. 3.53).

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = P_{од} \cdot L = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.86)$$

Згинальний момент $M_{од,1}$ від одиничної сили на віддалі a від опори визначаємо за формулою

$$M_{од,1} = P_{од} \cdot a = 1 \cdot 1 = 1 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.87)$$

Маючи значення M_1 , M_{\max} , $M_{од}$ та $M_{од,1}$, застосуємо формули Мора [7] для визначення фактичного прогину балки (див. рис. 3.54) у місці прикладення одиничної сили:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{3} \cdot \frac{M_1 \cdot M_{од,1}}{E \cdot I_x} \cdot a + \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{M_1 \cdot (2 \cdot M_{од,1} + M_{од}) + M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{од} + M_{од,1})}{E \cdot I_x} \right] \cdot (L - a) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{500 \cdot 100}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 198} \cdot 100 + \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{500 \cdot (2 \cdot 100 + 300) + 500 \cdot (2 \cdot 300 + 100)}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 198} \right] \cdot (300 - 100) = \\ &= 0,4 + 4,9 = 5,3 \text{ см} > f_u = \frac{2 \cdot 300}{150} = 4 \text{ см}. \quad (3.88) \end{aligned}$$

Умова не виконується.

Якщо хоча б одна з умов (2.3, 2.4, 2.5) не виконується, необхідно збільшувати переріз балки.

У нашому випадку із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

- номер профілю – 12;
- лінійна густина – 11,5 кг/м;
- висота балки $h = 120$ мм;

ширина полочки $\mathbf{b} = 64$ мм;

товщина стінки $\mathbf{d} = 4,8$ мм;

площа перерізу балки $\mathbf{A} = 14,7$ см²;

статичний момент інерції перерізу $\mathbf{I}_x = 350$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $\mathbf{W}_x = 58,4$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $\mathbf{S}_x = 33,7$ см³;

радіус інерції $\mathbf{i}_x = 4,88$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту \mathbf{M} :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{500 \cdot 1}{58,4 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,41 \leq 1. \quad (3.89)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили \mathbf{Q} , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{5 \cdot 33,7 \cdot 1}{350 \cdot 0,48 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,08 \leq 1. \quad (3.90)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{3} \cdot \frac{M_1 \cdot M_{od,1}}{E \cdot I_x} \cdot a + \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{M_1 \cdot (2 \cdot M_{od,1} + M_{od}) + M_{\max} \cdot (2 \cdot M_{od} + M_{od,1})}{E \cdot I_x} \right] \cdot (L - a) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{500 \cdot 100}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 350} \cdot 100 + \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{500 \cdot (2 \cdot 100 + 300) + 500 \cdot (2 \cdot 300 + 100)}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 350} \right] \cdot (300 - 100) = \\ &= 0,23 + 2,77 = 3 \text{ см} \leq f_u = \frac{2 \cdot 300}{150} = 4 \text{ см}. \quad (3.91) \end{aligned}$$

Умова виконується. Балка підібрана.

Приклад 3.10

Вихідні дані. Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки (рис. 3.55).

Порядок розрахунку. Розрахункову схему балки (рис. 3.55) розділимо на дві прості розрахункові схеми зі своїми зусиллями (рис. 3.56 – для рівномірно розподіленого навантаження q , рис. 3.58 – для зосередженої сили P).

Окремо для кожної розрахункової схеми побудуємо епюри згинальних моментів M та поперечних сил Q (рис. 3.57, 3.59).

Максимальний згинальний момент $M_{q,\max}$, який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{q,\max} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{20 \cdot 3^2}{8} = 22,5 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.92)$$

Максимальне значення поперечної сили $Q_{q,\max}$, яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$Q_{q,\max} = \frac{q \cdot L}{2} = \frac{20 \cdot 3}{2} = 30 \text{ кН}. \quad (3.93)$$

Максимальний згинальний момент $M_{p,\max}$, який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{p,\max} = \frac{P \cdot L}{4} = \frac{20 \cdot 3}{4} = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.94)$$

Максимальне значення поперечної сили $Q_{p,\max}$, яка діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$Q_{p,\max} = \frac{P}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ кН}. \quad (3.95)$$

Максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента:

$$M_{\max} = M_{q,\max} + M_{p,\max} = 15 + 22,5 = 37,5 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (3.96)$$

Максимальна поперечна сила Q_{\max} , яка діє за довжиною згинаного елемента:

$$Q_{\max} = Q_{q,\max} + Q_{p,\max} = 10 + 30 = 40 \text{ кН}. \quad (3.97)$$

З формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

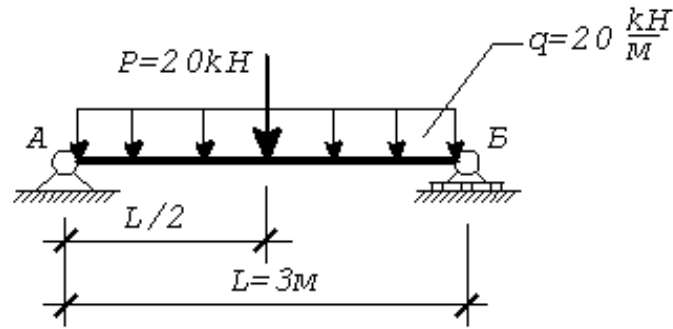


Рис. 3.55. Розрахункова схема балки.

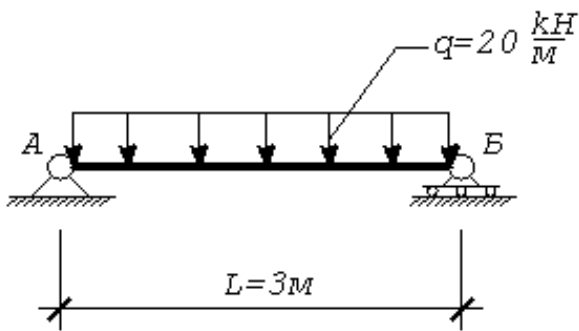


Рис. 3.56. Розрахункова схема балки від q .

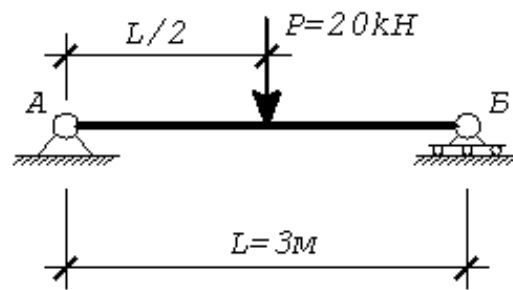


Рис. 3.58. Розрахункова схема балки від P .

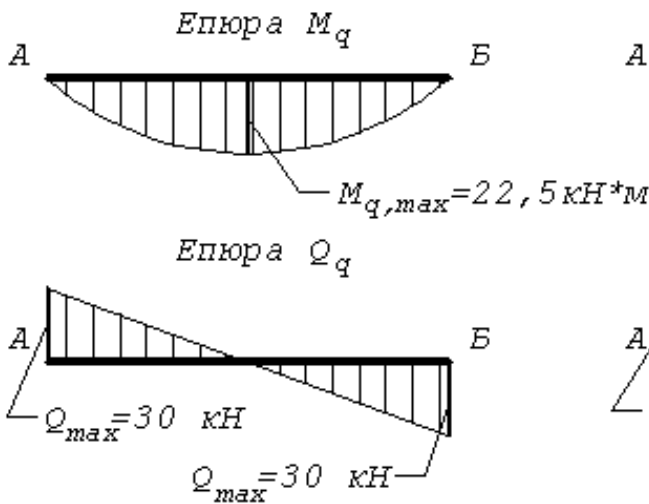


Рис. 3.57. Епюри M_q та Q_q .

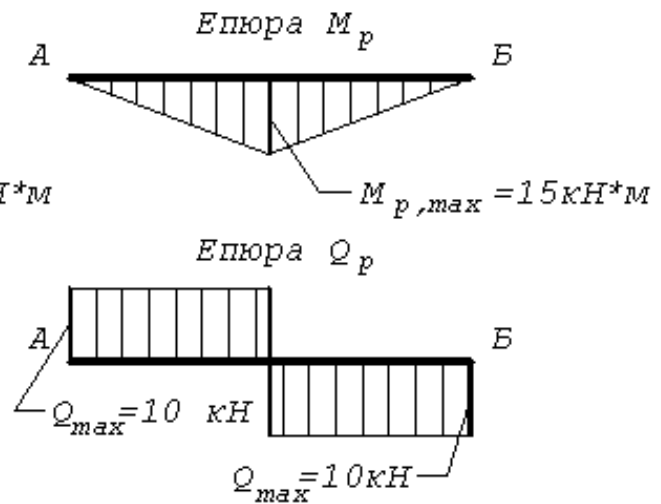


Рис. 3.59. Епюри M_p та Q_p .

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (3.98)$$

визначимо потрібний момент опору перерізу відносно головної осі інерції x - x :

$$W_{n,\min} = \frac{M \cdot \gamma_n}{R_y \cdot \gamma_c} = \frac{3750 \cdot 1}{23 \cdot 0,9} = 181,15 \text{ см}^3 \quad (3.99)$$

Із сортаменту прокатної сталі приймаємо двотаврову балку (рис. 3.60) (за ГОСТ 8239-89) [1] з такими геометричними характеристиками:

номер профілю – 20;

лінійна густина – 21 кг/м;

висота балки $h = 200$ мм;

ширина полицки $b = 100$ мм;

товщина стінки $d = 5,2$ мм;

площа перерізу балки $A = 26,8$ см²;

статичний момент інерції перерізу $I_x = 1840$ см⁴;

статичний момент опору перерізу балки $W_x = 184$ см³;

статичний момент півплощі перерізу балки $S_x = 104$ см³;

радіус інерції $i_x = 8,28$ см.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію згинального моменту M :

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} = \frac{3750 \cdot 1}{184 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,98 \leq 1 \quad (3.100)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки на дію поперечної сили Q , що спрямована паралельно серединній площині стінки:

$$\frac{Q \cdot S_x \cdot \gamma_n}{I_x \cdot t_w \cdot R_s \cdot \gamma_c} = \frac{40 \cdot 104 \cdot 1}{1840 \cdot 0,52 \cdot 0,58 \cdot 23 \cdot 0,9} = 0,36 \leq 1 \quad (3.101)$$

Умова виконується.

Виконаємо перевірку прийнятого перерізу балки за допустимими прогинами.

Для того щоб застосувати формулу Мора [7], нам необхідно мати епюру згинальних моментів $M_{од}$ від одиничної сили. Одиничну силу прикладаємо до точки, де визначаємо величину прогину (рис. 3.61). Будуємо одиничну епюру згинального моменту (рис. 3.62).

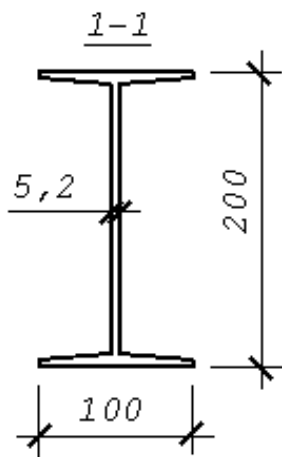


Рис. 3.60. Підібраний переріз балки.

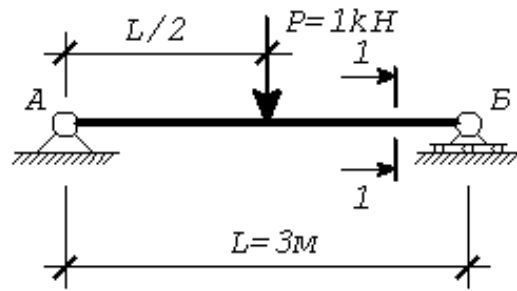


Рис. 3.61. Прикладена одинична сила.

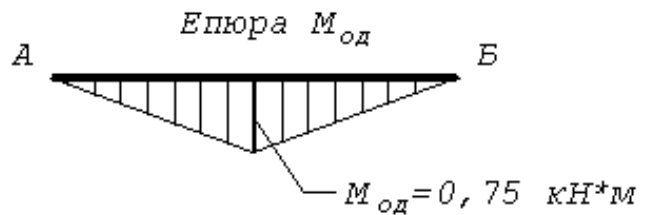


Рис. 3.62. Одинична епюра M.

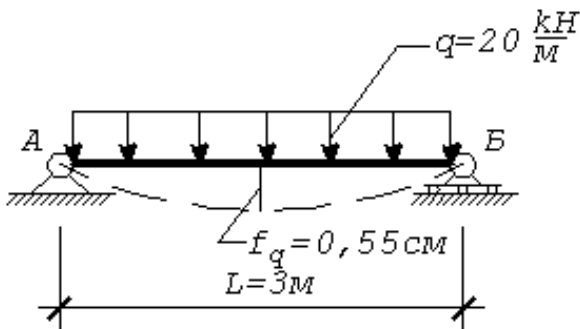


Рис. 3.63. Фактичний прогин балки від f_q .

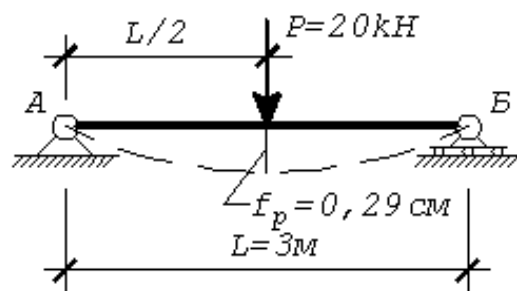


Рис. 3.64. Фактичний прогин балки від f_p .

Максимальний згинальний момент $M_{од}$ від одиничної сили визначаємо за формулою

$$M_{од} = \frac{P_{од} \cdot L}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4} = 0,75 \text{ кН} \cdot \text{м} . \quad (3.102)$$

Маючи значення M_{max} та $M_{од}$, застосуємо формули Мора [7] для визначення фактичного прогину балки у місці прикладення одиничної сили:

- фактичний прогин f_q для розрахункової схеми (див. рис. 3.63) визначаємо за формулою

$$f_q = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1 + \alpha \cdot \beta) \cdot M_{\max} \cdot M_{od} \cdot L}{E \cdot I_x} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{(1 + 0,5 \cdot 0,5) \cdot 2250 \cdot 75}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 1840} \cdot 300 = 0,55 \text{ см}; \quad (3.103)$$

- фактичний прогин f_p для розрахункової схеми (див. рис. 3.64) визначаємо за формулою

$$f_p = \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{\max} \cdot M_{od} \cdot L}{E \cdot I_x} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{\max} \cdot M_{od} \cdot L}{E \cdot I_x} \cdot \frac{L}{2} =$$

$$= 2 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{M_{\max} \cdot M_{od} \cdot L}{E \cdot I_x} \cdot \frac{L}{2} \right] = 2 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{1500 \cdot 75}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 1840} \cdot \frac{300}{2} \right] =$$

$$= 0,29 \text{ см}. \quad (3.104)$$

Загальний прогин балки становить:

$$f = f_q + f_p = 0,55 + 0,29 = 0,84 \text{ см}, \quad (3.105)$$

$$f = 0,84 \text{ см} \leq f_u = \frac{L}{150} = \frac{300}{150} = 2 \text{ см}. \quad (3.106)$$

Умова виконується. Балка підібрана.



ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ МЕТАЛЕВИХ БАЛОК

Приклад 4.1

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металевої балки (рис. 4.1). Відомо, що балка – це двотавр №14 ($W_x = 81,7 \text{ см}^3$).

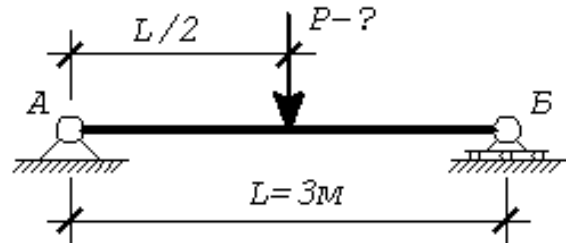


Рис. 4.1. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = \frac{P \cdot L}{4}, \quad \text{кН} \cdot \text{м} . \quad (4.1)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.2)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м} . \quad (4.3)$$

З формул (4.1) та (4.3) випливає, що

$$\frac{P \cdot L}{4} = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.4)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$P = \frac{4 \cdot W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{L \cdot \gamma_n} = \frac{4 \cdot 81,7 \cdot 23 \cdot 0,9}{300 \cdot 1} = 22,54 \quad \text{кН} . \quad (4.5)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).

Приклад 4.2

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металеві балки (рис. 4.2). Відомо, що балка – це двотавр №14 ($W_x = 81,7 \text{ см}^3$).

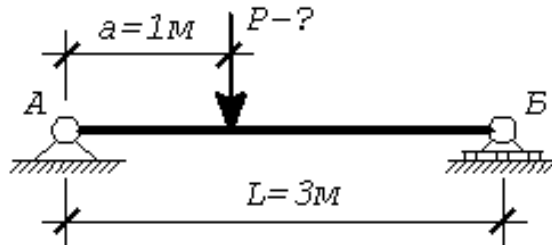


Рис. 4.2. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = \frac{P \cdot (L - a)}{L} \cdot a, \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.6)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.7)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.8)$$

З формул (4.6) та (4.8) випливає, що

$$\frac{P \cdot (L - a)}{L} \cdot a = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.9)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$P = \frac{L \cdot W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{(L - a) \cdot a \cdot \gamma_n} = \frac{300 \cdot 81,7 \cdot 23 \cdot 0,9}{(300 - 100) \cdot 100 \cdot 1} = 25,36 \quad \text{кН}. \quad (4.10)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).

Приклад 4.3

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металеві балки (рис. 4.3). Відомо, що балка – це двотавр №16 ($W_x = 109 \text{ см}^3$).

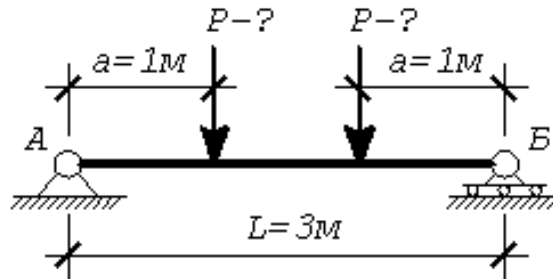


Рис. 4.3. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = P \cdot a, \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.11)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.12)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.13)$$

З формул (4.11) та (4.13) випливає, що

$$P \cdot a = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.14)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$P = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{a \cdot \gamma_n} = \frac{109 \cdot 23 \cdot 0,9}{100 \cdot 1} = 22,56 \quad \text{кН}. \quad (4.15)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).

Приклад 4.4

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металевої балки (рис. 4.4). Відомо, що балка – це двотавр №20 ($W_x = 184 \text{ см}^3$).

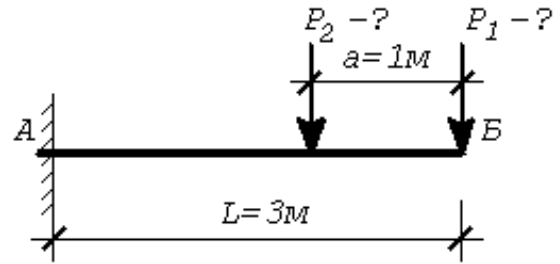


Рис. 4.4. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = P_1 \cdot L + P_2 \cdot (L - a), \quad \text{кН} \cdot \text{м}, \quad (4.16)$$

якщо $P_2 = 2 \cdot P_1 \quad \text{кН}$, тоді

$$M_{\max} = P_1 \cdot L + 2 \cdot P_1 \cdot (L - a), \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.17)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.18)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.19)$$

З формул (4.17) та (4.19) випливає, що

$$P_1 \cdot L + 2 \cdot P_1 \cdot (L - a) = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.20)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$P_1 = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{(L + 2 \cdot (L - a)) \cdot \gamma_n} = \frac{184 \cdot 23 \cdot 0,9}{(300 + 2 \cdot (300 - 100)) \cdot 1} = 5,44 \text{ кН} \quad (4.21)$$

$$P_2 = 2 \cdot P_1 = 2 \cdot 5,44 = 10,88 \quad \text{кН}. \quad (4.22)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).

Приклад 4.5

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металевої балки (рис. 4.5). Відомо, що балка – це двотавр №20 ($W_x = 184 \text{ см}^3$).

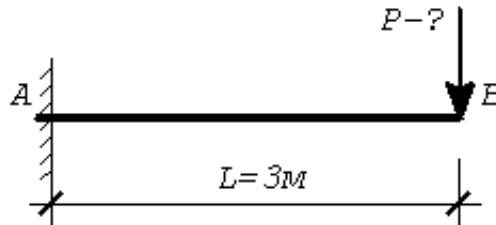


Рис. 4.5. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = P \cdot L, \quad \text{кН} \cdot \text{м} . \quad (4.23)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.24)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м} . \quad (4.25)$$

З формул (4.23) та (4.25) випливає, що

$$P \cdot L = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.26)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$P = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{L \cdot \gamma_n} = \frac{184 \cdot 23 \cdot 0,9}{300 \cdot 1} = 12,69 \quad \text{кН} . \quad (4.27)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).

Приклад 4.6

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металеві балки (рис. 4.6). Відомо, що балка – це двотавр №24 ($W_x = 289 \text{ см}^3$).

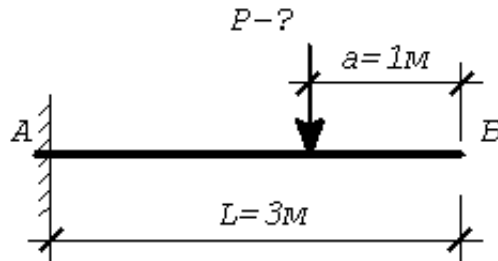


Рис. 4.6. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = P \cdot (L - a), \quad \text{кН} \cdot \text{м} \quad (4.28)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.29)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м} \quad (4.30)$$

З формул (4.28) та (4.30) випливає, що

$$P \cdot (L - a) = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.31)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$P = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{(L - a) \cdot \gamma_n} = \frac{289 \cdot 23 \cdot 0,9}{(300 - 100) \cdot 1} = 29,91 \quad \text{кН} \quad (4.32)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).

Приклад 4.7

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металевої балки (рис. 4.7). Відомо, що балка – це двотавр №22 ($W_x = 232 \text{ см}^3$).

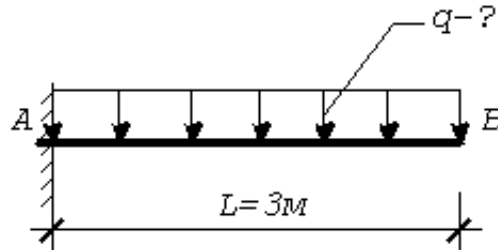


Рис. 4.7. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{2}, \quad \text{кН} \cdot \text{м} . \quad (4.33)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.34)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м} . \quad (4.35)$$

З формул (4.33) та (4.35) випливає, що

$$\frac{q \cdot L^2}{2} = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.36)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$q = \frac{2 \cdot W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{L^2 \cdot \gamma_n} = \frac{2 \cdot 232 \cdot 23 \cdot 0,9}{300^2 \cdot 1} = 0,10 \quad \frac{\text{кН}}{\text{см}} . \quad (4.37)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).

Приклад 4.8

Вихідні дані. Необхідно визначити несучу здатність металеві балки (рис. 4.8). Відомо, що балка – це двотавр №16 ($W_x = 109 \text{ см}^3$).

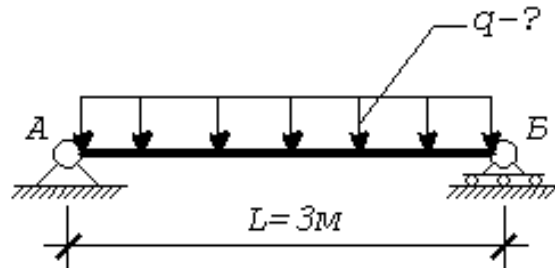


Рис. 4.8. Розрахункова схема балки.

Порядок розрахунку.

З одного боку, максимальний згинальний момент M_{\max} , який діє за довжиною згинаного елемента, визначаємо за формулою

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8}, \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.38)$$

З іншого боку, з формули міцності балок [8] при дії згинального моменту в одній з головних площин

$$\frac{M \cdot \gamma_n}{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1 \quad (4.39)$$

визначимо згинальний момент:

$$M = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad \text{кН} \cdot \text{м}. \quad (4.40)$$

З формул (4.38) та (4.40) випливає, що

$$\frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{\gamma_n}, \quad (4.41)$$

звідси знайдемо несучу здатність балки:

$$q = \frac{8 \cdot W_{n,\min} \cdot R_y \cdot \gamma_c}{L^2 \cdot \gamma_n} = \frac{8 \cdot 109 \cdot 23 \cdot 0,9}{300^2 \cdot 1} = 0,20 \quad \frac{\text{кН}}{\text{см}}. \quad (4.42)$$

Обов'язково виконуємо перевірку перерізу балки на дію згинального моменту (2.3), поперечної сили (2.4) та за допустимими прогинами (2.5).



ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Необхідно підібрати переріз двотаврової металевої балки.

Варіант завдання	Схема	L , м	a , м	P , кН	P_1 , кН	P_2 , кН	q , кН/м	R_y , Н/мм ²
1	1	0,8	0,2	5	5	10	5	220
2	6	1,4	0,5	27	14	12	7,5	230
3	2	2,4	0,7	10	5	14	10,0	240
4	7	3,2	1,0	25	25	16	12,5	250
5	3	3,0	1,2	15	10	20	15,0	270
6	8	1,2	0,2	23	20	8	17,5	220
7	4	1,4	0,4	20	22	6	20,0	230
8	9	2,4	0,6	8	16	4	22,5	240
9	5	2,8	0,8	25	18	10	25,0	250
10	10	1,0	0,2	6	4	12	8,5	270
11	9	2,2	0,4	30	20	10	16,5	220
12	2	1,6	0,6	4	10	16	16,0	230
13	7	3,0	0,5	16	8	14	22,0	240
14	4	0,5	0,1	6	12	5	21,5	250
15	5	0,75	0,25	14	17	25	12,5	270
16	6	0,9	0,2	8	20	10	16,8	220
17	3	1,1	0,1	8	21	20	25,2	230
18	8	2,9	0,6	12	10	22	12,6	240
19	1	1,3	0,3	4	5	16	4,6	250
20	1	2,8	0,5	14	14	18	4,2	270
21	10	1,5	0,25	5	5	4	16,5	220
22	4	2,7	0,5	25	25	20	12,5	230
23	8	1,7	0,2	10	10	10	6,4	240
24	7	2,5	0,5	20	20	8	12,4	250
25	6	1,9	0,9	22	22	12	16,8	270
26	9	2,6	0,6	16	16	14	5,8	220
27	5	1,2	0,2	18	18	7	12,7	230
28	2	2,5	0,5	4	4	9	12,5	240
29	3	1,4	0,4	20	20	12	10,6	250
30	10	2,4	0,4	10	10	6	8,8	270

Схема 1

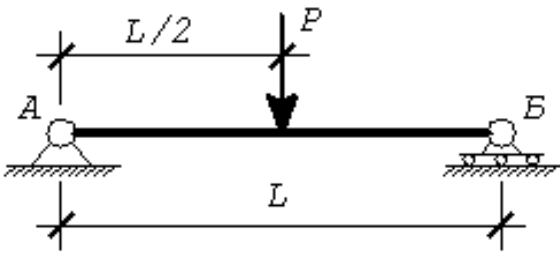


Схема 2

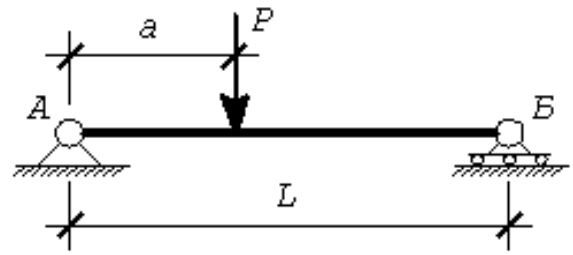


Схема 3

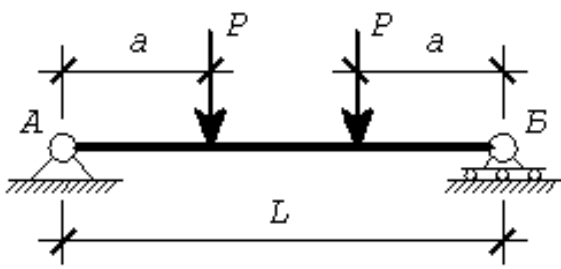


Схема 4

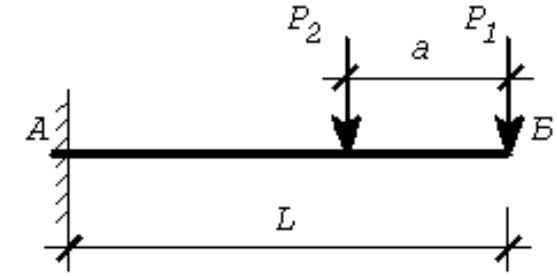


Схема 5

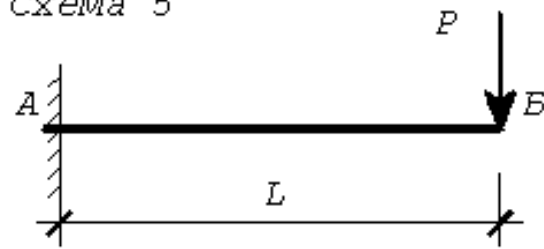


Схема 6

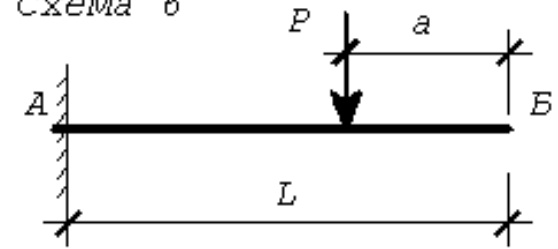


Схема 7

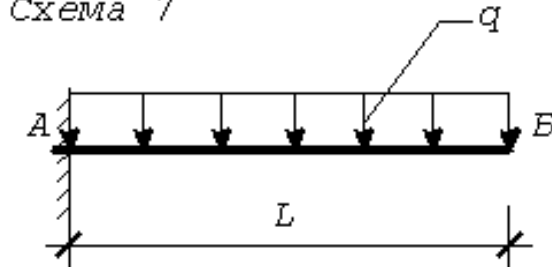


Схема 8

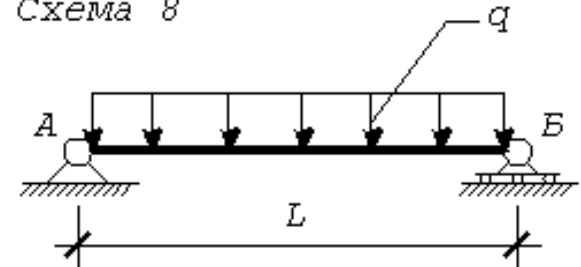


Схема 9

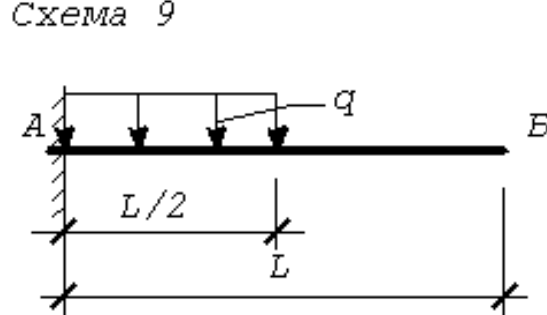
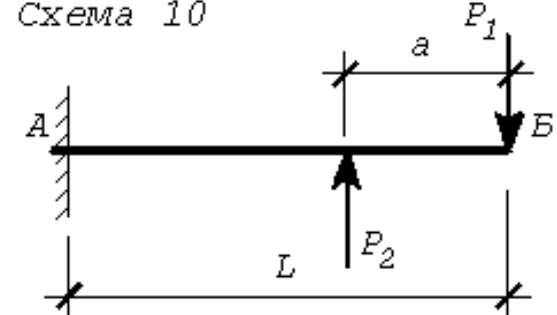


Схема 10





БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

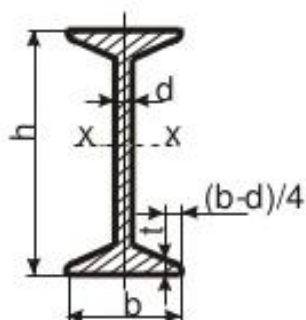
1. Клименко Ф. Є. Металеві конструкції : підручник / Клименко Ф. Є., Барабаш В. М., Стороженко Л. І. – Львів : Світ, 2002. – 312 с.
2. Метрологія. Одиниці фізичних величин. Основні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні положення, назви та позначення : ДСТУ 3651.0-97. – К. : Держстандарт України, 1998. – 9 с.
3. Метрологія. Одиниці фізичних величин. Похідні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. Основні поняття, назви та позначення : ДСТУ 3651.1-97. – К. : Держстандарт України, 1998. – 76 с.
4. Метрологія. Одиниці фізичних величин. Фізичні сталі та характеристичні числа. Основні положення, позначення, назви та значення : ДСТУ 3651.2-97. – К. : Держстандарт України, 1998. – 13 с.
5. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування : ДБН В.1.2-2:2006. – К. : Мінбуд України, 2006. – 75 с.
6. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Прогини і переміщення. Вимоги проектування : ДСТУ Б В.1.2-3:2006. – К. : Мінбуд України, 2006. – 15 с.
7. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. ; отв. ред. Писаренко Г. С. – 2-е изд., перераб. и дополн. – К. : Наук. думка, 1988. – 736 с.
8. Сталеві конструкції. Норми проектування : ДБН В.2.6-198:2014. – К. : Мінрегіон України, 2014. – 199 с.
9. Шмиг Р. А. Розрахунок будівельних конструкцій в обчислювальному комплексі SCAD : навч. посіб. / Р. А. Шмиг, І. М. Добрянський ; за заг. ред. Р. А. Шмига. – Львів : Ліга Прес, 2015. – 79 с.



СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЇ СТАЛІ. БАЛКИ ДВОТАВРОВІ

Сортамент прокатної сталі

Балки двотаврові (по ГОСТ 8239–72)



Позначення:

h – висота балки;

b – ширина полки;

d – товщина стінки;

t – середня товщина полки;

J – момент інерції;

W – момент опору;

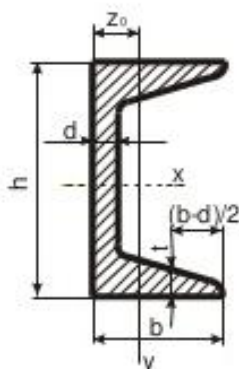
S – статичний момент половини перерізу

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перетину A , см ²	J_x , см ⁴	W_x , см ³	S_x , см ³	J_y , см ⁴	W_y , см ³
	h	b	d	t						
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	23,0	17,9	6,49
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	33,7	27,9	8,72
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	46,8	41,9	11,5
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	62,3	58,6	14,5
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	81,4	82,6	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	89,8	114	22,8
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	104	115	23,1
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	114	155	28,2
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	131	157	28,6
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	143	206	34,3
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	163	198	34,5
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	178	260	41,6
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	210	260	41,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	229	337	50,0
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	268	337	49,9
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	292	436	60,1
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	339	419	59,9
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	423	516	71,1
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	545	667	86,1
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	708	808	101
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	919	1043	123
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	1181	1356	151
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	1491	1725	182



СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЇ СТАЛІ. ШВЕЛЕРИ

Швелери (по ГОСТ 8240–72)






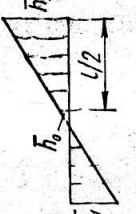
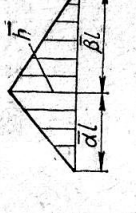
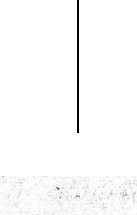


Позначення:

- h – висота швелера;
- b – ширина полки;
- d – товщина стінки;
- t – середня товщина полки;
- J – момент інерції;
- W – момент опору;
- S – статичний момент половини перерізу;
- z_0 – відстань від осі y до зовнішньої грані стінки



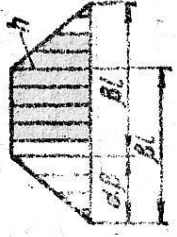

Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу A , см^2	J_x , см^4	W_x , см^3	S_x , см^3	J_y , см^4	W_y , см^3	z_0 , см
	h	b	d	t							
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	5,59	5,61	2,75	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	9,0	8,70	3,68	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	13,3	12,8	4,75	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	20,4	20,4	6,46	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	29,6	31,2	8,52	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	40,8	45,4	11,0	1,67
14а	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	45,1	57,5	13,3	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	54,1	63,6	13,8	1,80
16а	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	59,4	78,8	16,4	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	69,8	86	17,0	1,94
18а	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	76,1	105	20,0	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	87,8	113	20,5	2,07
20а	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	95,9	139	24,2	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	110	151	25,1	2,21
22а	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	121	187	30,0	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	139	208	31,6	2,42
24а	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	151	254	37,2	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	178	262	37,3	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	224	327	43,6	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	281	410	51,8	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10200	601	350	513	61,7	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	444	642	73,4	2,75







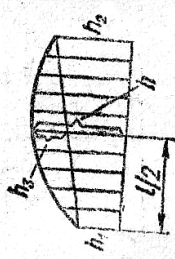
ФОРМУЛИ МОРА

<p>Энора \bar{M}_t</p> <p>Энора \bar{M}_P</p> <p>1</p>						
<p>2</p>	<p>$\frac{1}{2} h \bar{h} l$</p>	<p>$\frac{1}{3} h \bar{h} l$</p>	<p>$\frac{1}{6} h (\bar{h}_1 + 2\bar{h}_2) l$</p>	<p>$\frac{1}{6} h (2\bar{h}_2 - \bar{h}_1) l$</p>	<p>$\frac{1}{6} h \bar{h} (1 + \bar{\alpha}) l$</p>	<p>6</p>
	<p>$\frac{1}{2} h \bar{h} l$</p>	<p>$\frac{1}{6} h \bar{h} l$</p>	<p>$\frac{1}{6} h (2\bar{h}_1 + \bar{h}_2) l$</p>	<p>$\frac{1}{6} h (\bar{h}_2 - 2\bar{h}_1) l$</p>	<p>$\frac{1}{6} h \bar{h} (1 + \bar{\beta}) l$</p>	
	<p>$\frac{1}{2} (h_1 + h_2) \bar{h} l$</p>	<p>$\frac{1}{6} (h_1 + 2h_2) \bar{h} l$</p>	<p>$\frac{1}{6} [h_1 (2\bar{h}_1 + \bar{h}_2) + h_2 (2\bar{h}_2 + \bar{h}_1)] l$</p>	<p>$\frac{1}{6} [h_1 (\bar{h}_2 - 2\bar{h}_1) + h_2 (2\bar{h}_2 - \bar{h}_1)] l$</p>	<p>$\frac{1}{6} [(1 + \bar{\beta}) h_1 + (1 + \bar{\alpha}) h_2] \bar{h} l$</p>	

Продовження дод. В

1	2	3	4	5	6
	$\frac{1}{2} h \bar{h} l$	$\frac{1}{6} (1 + \alpha) \bar{h} l$	$\frac{1}{6} [(1 + \beta) \bar{h}_1 + (1 + \alpha) \bar{h}_2] h l$	$\frac{1}{6} [(1 + \alpha) \bar{h}_2 - (1 + \beta) \bar{h}_1] h l$	$\frac{1}{3} h \bar{h} l$ при $\alpha = \bar{\alpha}$
	$\frac{1}{2} (h_2 - h_1) \bar{h} l$	$\frac{1}{6} (2h_2 - h_1) \bar{h} l$	$\frac{1}{6} [h_2 (2\bar{h}_2 + \bar{h}_1) - h_1 (2\bar{h}_1 + \bar{h}_2)] l$	$\frac{1}{6} [h_2 (2\bar{h}_2 - \bar{h}_1) - h_1 (\bar{h}_2 - 2\bar{h}_1)] l$	$\frac{1}{6} [(1 + \bar{\alpha}) h_2 - (1 + \bar{\beta}) h_1] \bar{h} l$
	$h \bar{h} \beta l$	$\frac{1}{2} h \bar{h} \beta l$	$\frac{1}{2} h (\bar{h}_1 + \bar{h}_2) \beta l$	$\frac{1}{2} h (\bar{h}_2 - \bar{h}_1) \beta l$	$\frac{h \bar{h}}{6\beta} \left(3 - 3\alpha - \frac{\alpha^2}{\alpha} \right) l$ при $\bar{\alpha} < \alpha$ $\frac{h \bar{h}}{6} \left(3 - \frac{\alpha^2}{\alpha\beta} \right) l$ при $\bar{\alpha} > \alpha$
	$\frac{1}{3} h \bar{h} l$	$\frac{1}{4} h \bar{h} l$	$-\frac{1}{12} h (\bar{h}_1 + 3\bar{h}_2) l$	$\frac{1}{12} h (3\bar{h}_2 - \bar{h}_1) l$	$\frac{1}{12} h \bar{h} (1 + \bar{\alpha} + \bar{\alpha}^2) l$

Продовження дод. В

1	2	3	4	5	6
	$\frac{1}{3} h \bar{h} l$	$\frac{1}{12} h \bar{h} l$	$\frac{1}{12} h (3\bar{h}_1 + \bar{h}_2) l$	$\frac{1}{12} h (\bar{h}_2 - 3\bar{h}_1) l$	$\frac{1}{12} h \bar{h} (1 + \bar{\beta} + \bar{\beta}^2) l$
	$\frac{2}{3} h \bar{h} l$	$\frac{1}{3} h \bar{h} l$	$\frac{1}{3} h (\bar{h}_1 + \bar{h}_2) l$	$\frac{1}{3} h (\bar{h}_2 - \bar{h}_1) l$	$\frac{1}{3} (1 + \bar{\alpha}\bar{\beta}) h \bar{h} l$
	$\frac{2}{3} h \bar{h} l$	$\frac{5}{12} h \bar{h} l$	$\frac{1}{12} h (3\bar{h}_1 + 5\bar{h}_2) l$	$\frac{1}{12} h (5\bar{h}_2 - 3\bar{h}_1) l$	$\frac{1}{12} (5 - \bar{\beta} - \bar{\beta}^2) h \bar{h} l$
	$\frac{2}{3} h \bar{h} l$	$\frac{1}{4} h \bar{h} l$	$\frac{1}{12} h (5\bar{h}_1 + 3\bar{h}_2) l$	$\frac{1}{12} h (3\bar{h}_2 - 5\bar{h}_1) l$	$\frac{1}{12} (5 - \bar{\alpha} - \bar{\alpha}^2) h \bar{h} l$
	$\frac{1}{6} \bar{h} (h_1 + h_2 + 4h) l$	$\frac{1}{6} \bar{h} (h_2 + 2h) l$	$\frac{1}{6} (\bar{h}_1 \bar{h}_2 + 4\bar{h} \bar{h}_0 + \bar{h}_2 \bar{h}_2) l$	$\frac{1}{6} (h_2 \bar{h}_2 + 4\bar{h} \bar{h}_0 - h_1 \bar{h}_1) l$	$\frac{1}{6} [h_1 (1 + \bar{\beta}) + h_2 (1 + \bar{\alpha}) + 2h_3 (1 + \bar{\alpha}\bar{\beta})] \bar{h} l$

Навчальне видання

**Шмиг Роман Андрійович,
Добрянський Іван Михайлович,
Грицина Олег Ігорович**

РОЗРАХУНОК МЕТАЛЕВИХ БАЛОК

Навчальний посібник

*За загальною редакцією
кандидата технічних наук, доцента
Шмига Романа Андрійовича*

Редактори **Д.Б.Дончак, М.М.Забор**
Коректор **А.Г.Лісович-Біла**
Комп'ютерна верстка і набір **І.Б.Шмиг**

Львівський національний аграрний університет
80381, Львівська обл., Жовківський р-н, м. Дубляни,
вул. Володимира Великого, 1.
Свідоцтво ДК №1380 від 3.06.2003 р.

Підписано до друку 16.02.2016. Формат 60x84/16.
Папір офс. Гарнітура Bookman Old Style. Друк офс.
Обл.-вид. арк. 3,58. Ум. друк. арк. 4,22. Наклад 100. Зам. №6.

Віддруковано ПП "Астра-Друк-Сервіс"
м.Львів, вул.О.Степанівни, 49
Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта підприємницької діяльності
№13135 від 09.02.1998 р.